文山学院
WENSHAN UNIVERSITY

第四章　矩　阵

第一节 矩阵概念的一些背景

主要内容

- 前言
- 矩阵应用举例
- 矩阵的表示和相等

一、前言

在线性方程组的讨论中，线性方程组的一些重要性质反映在它的系数矩阵和增广矩阵的性质上，且解方程组的过程也表现为变换这些矩阵的过程.

二、矩阵应用举例

例 1　坐标变换矩阵　　如图4-1所示

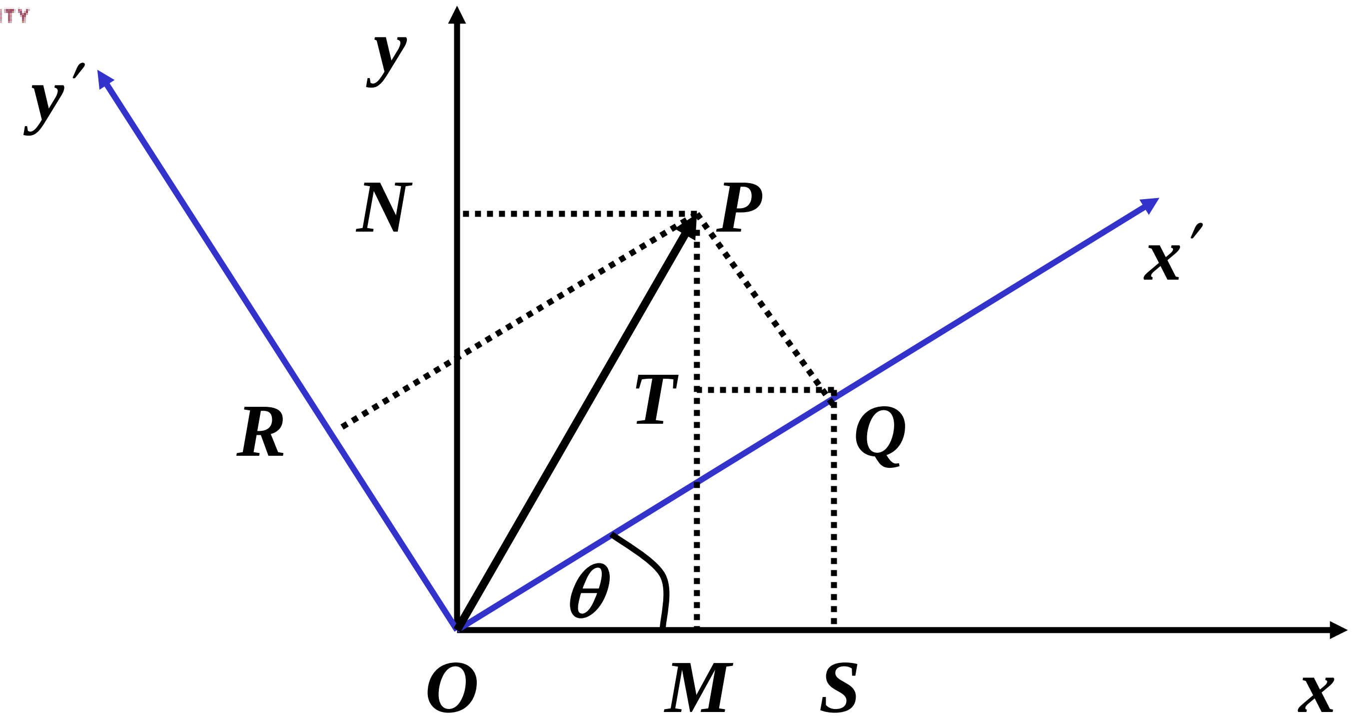

图4-1

其中 θ 为 x 轴与 x' 轴的夹角.

$$\begin{cases} x = OM = OS - TQ = x'\cos\theta - y'\sin\theta \\ y = ON = SQ + TP = x'\sin\theta + y'\cos\theta \end{cases}$$

新旧坐标间的关系，可以通过公式中系数所排成的如下

2×2 矩阵

$$\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \tag{2}$$

表示出来．通常，矩阵 (2) 称为坐标变换 (1) 的矩阵．

例 2　二次曲线的矩阵

二次曲线的一般方程为

$$ax^2 + 2bxy + cy^2 + 2dx + 2ey + f = 0. \qquad (5)$$

(5) 的左端可以用表

	x	y	1
x	a	b	d
y	b	c	e
1	d	e	f

来表示，其中每一个数就是它所在的行和列所对应

的 x,y 或 1 的乘积的系数，而 (5) 的左端就是按这样的约定所形成的项的和。换句话说，只要规定了 $x,y,1$ 的次序，二次方程 (5) 的左端就可以简单地用矩阵

$$\begin{pmatrix} a & b & d \\ b & c & e \\ d & e & f \end{pmatrix} \tag{6}$$

来表示。通常，(6) 称为二次曲线 (5) 的矩阵。

文山學院

WENSHAN UNIVERSITY

从方程到矩阵的过程如下：

方程 $ax^2 + 2bxy + cy^2 + 2dx + 2ey + f = 0$

研究 抽象

表格

	x	y	1
x	a	b	d
y	b	c	e
1	d	e	f

简 化

矩阵

$$\begin{pmatrix} a & b & d \\ b & c & e \\ d & e & f \end{pmatrix}$$

例 3　经济中的矩阵

例如，某三家房地产企业，2018年四个季度的销售额

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{pmatrix}$$

来表示，其中 a_{ij} 表示第i家企业第j季度的销售额.

例 4　向量是特殊的矩阵

n 维向量也可以看成是矩阵的特殊情形. n 维行向量就是 $1\times n$ 矩阵. n 维列向量就是 $n\times 1$ 矩阵.

三、矩阵的表示和相等

用大写的拉丁字母 A，B，…，或者 $(a_{ij}), (b_{ij}), \ldots$ 来代表矩阵.

有时候，为了指明所讨论的矩阵的级数，可以把 $s\times n$ 矩阵写成 $A_{sn}, B_{sn}, \ldots$，或者 $(a_{ij})_{sn}, (b_{ij})_{sn}, \ldots$

设 $A=(a_{ij})_{mn}$，$B=(b_{ij})_{lk}$，如果 $m=l$，$n=k$，且 $a_{ij}=b_{ij}$，对 $i=1, 2, \ldots, m; j=1, 2, \ldots, n$ 都成立，则**称矩阵 A 与矩阵 B 相等**，记为 $A=B$。只有两个完全一样的才叫相等.

小结和作业

1. 请叙述矩阵相等的概念.

2. 你能举矩阵的例子吗?

3 .自己下去思考矩阵在解线性方程组中的作用.

4.作业见学习通.