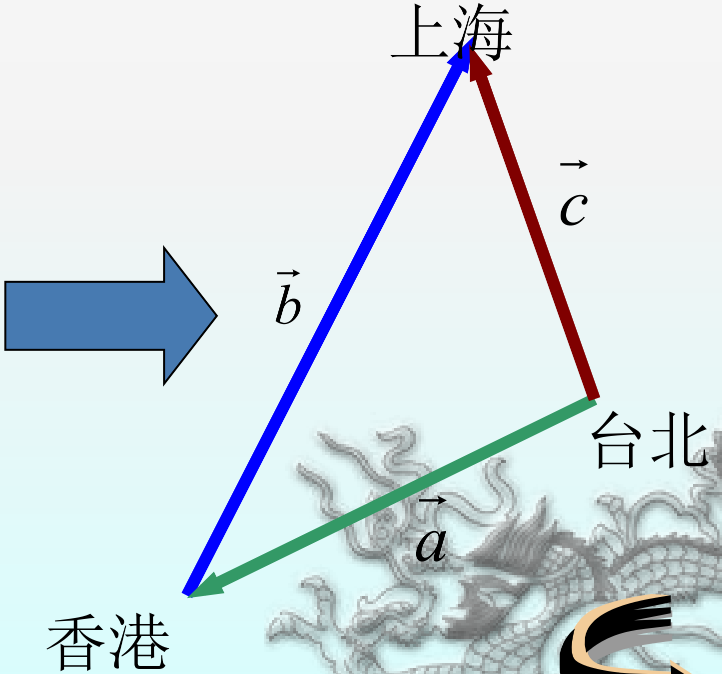
由于大陆和台湾没有直航，因此春节探亲，乘飞机要先从台北到香港，再从香港到上海，则飞机的位移是多少?

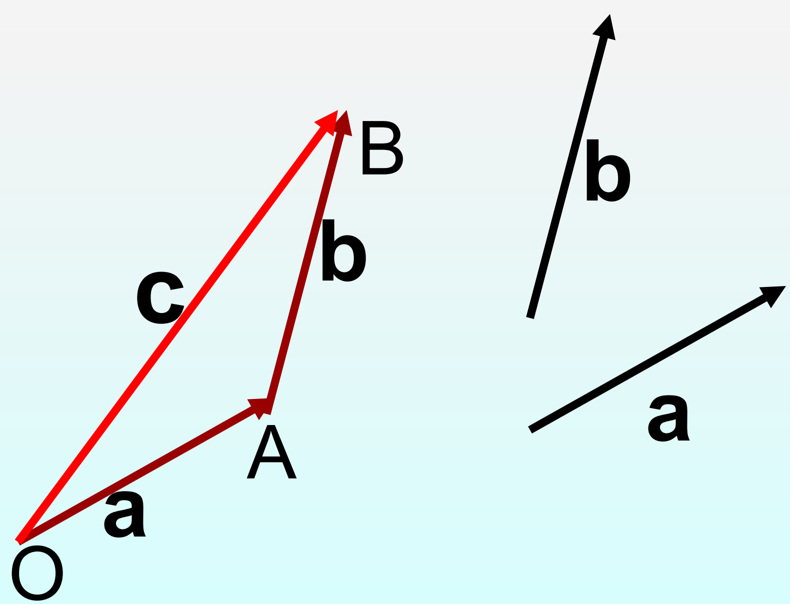


1.2向量的加法

一、向量的加法

1. 定义 已知向量a,b,以空间任一点O为始点接连作向量 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$

得折线段OAB, 则向量 $\overrightarrow{OB}$ =c称为向量a,b的和, 记作c=a+b.

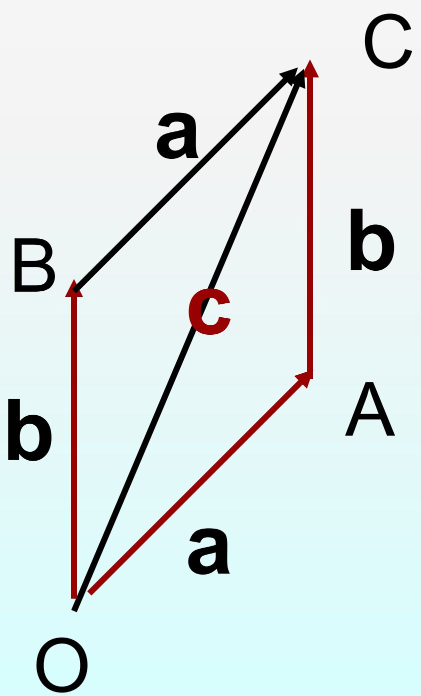


已知向量a,b,求a+b的运算,称为向量的加法运算.

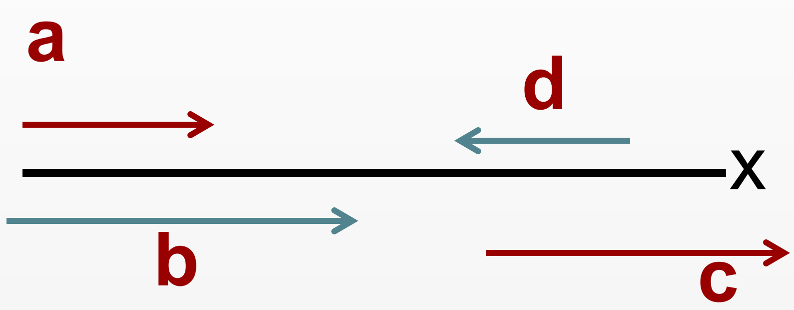
定义中给出求a+b的作图方法称为三角形法则

二、平行四边形法则

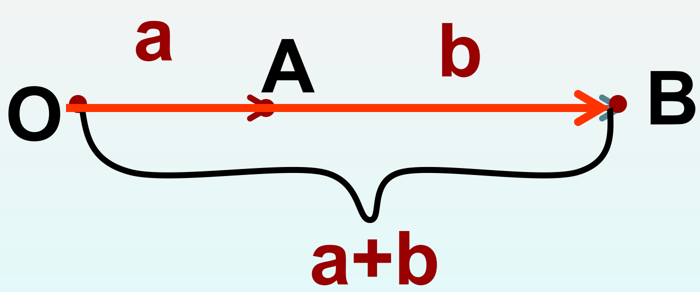
1.根据三角形法则,可以得出向量加法的平行四边形法则:如果把两个向量 $\overrightarrow{OA}$、$\overrightarrow{OB}$ 为邻边组成一个平行四边形**OACB**, 那么对角线向量 $\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$



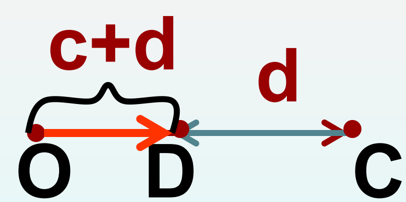
2.如果a,b共线，怎样求a+b?



1. a,b方向相同:



2 . c,d方向相反:

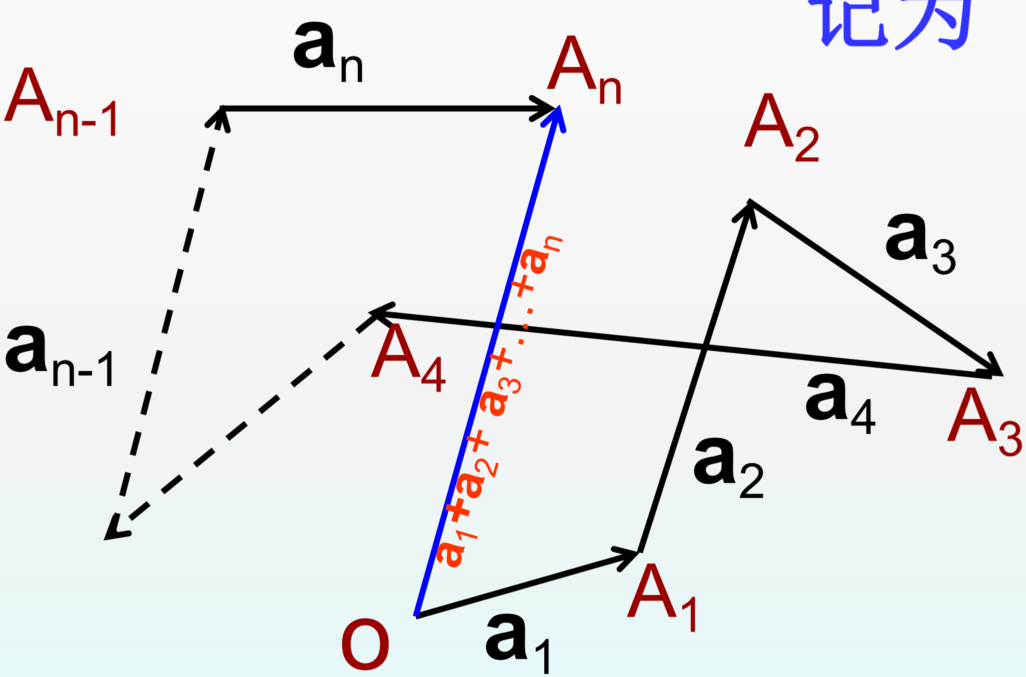


a+0=?　　a+(-a)=?

三、多边形法则

1.对任意有限个向量$\mathbf{a}_1,\mathbf{a}_2,\mathbf{a}_3,\ldots,\mathbf{a}_n$,其和也可

记为 $\mathbf{a}_1+\mathbf{a}_2+\mathbf{a}_3+\ldots+\mathbf{a}_n$

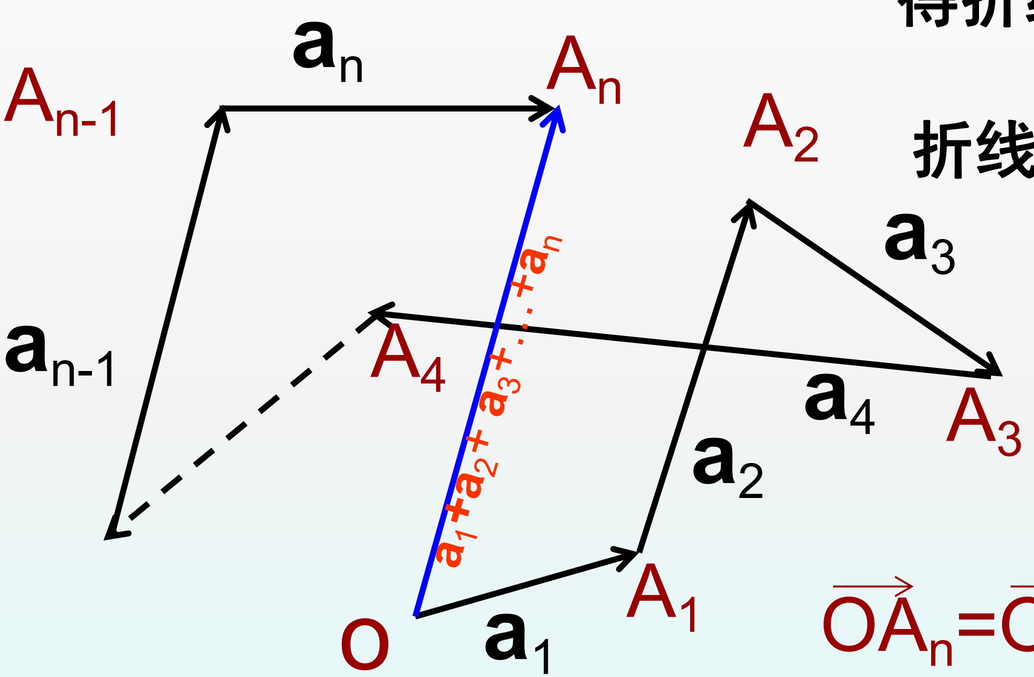


2.作图方法

在空间任取一点0，以0为始点，首尾相连顺次作出 $a_1 \ldots a_n$

得折线段 $OA_1A_2 \ldots A_n$

折线段起点和终点构成的向量



$\overrightarrow{OA_n}$

$=a_1+a_2+a_3+\ldots+a_n$

$\overrightarrow{OA_n}=\overrightarrow{OA_1}+\overrightarrow{A_1A_2}+\ldots+\overrightarrow{A_{n-1}A_n}$

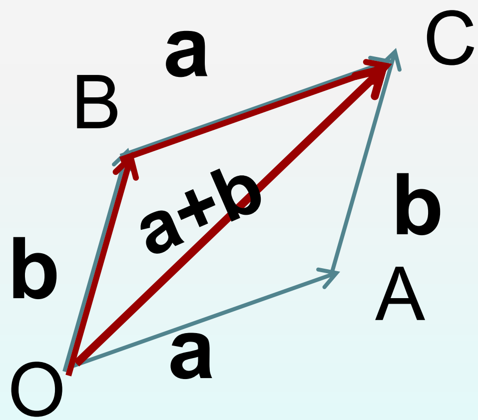
问题：当O与A_n重合时， $a_1+a_2+a_3+\ldots+a_n=?$

四、向量加法的运算规律

1. 交换律a+b=b+a

证明：当a,b,c都不共线时，交换律1

由平行四边形法则求出（图1）



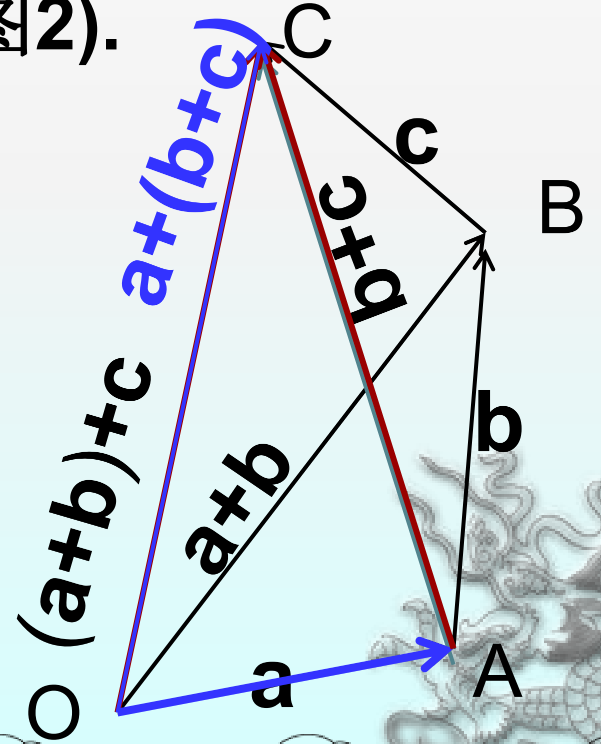
(图1)

四、向量加法的运算规律

2. 结合律 (a+b)+c=a+(b+c)

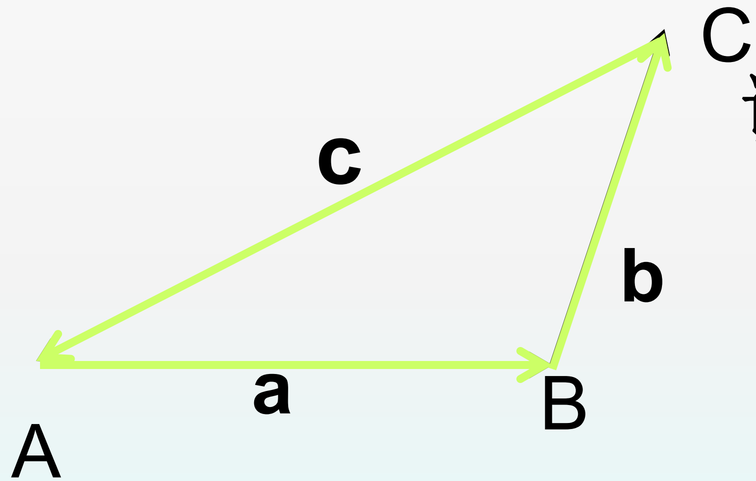
证明：当a,b,c都不共线时，

结合律2由三角形法则求出(图2).



(图2)

例1　互不共线的三向量a,b,c,试证明顺次将它们的终点与始点相连而成一个三角形的充要条件是它们的和为零向量.



证明（必要性）：

设三向量a,b,c可以构成△ABC,

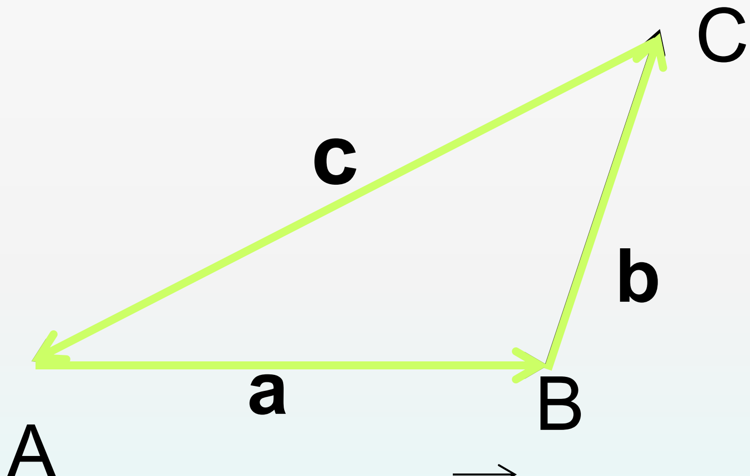
即有$\overrightarrow{AB}$=a，$\overrightarrow{BC}$= b,$\overrightarrow{CA}$=c

于是　$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=0$

从而有a+b+c=0，必要性得证.

例1　互不共线的三向量a,b,c,试证明顺次将它们的终点与始点相连而成一个三角形的充要条件是它们的和为零向量.

（充分性）：设 a+b+c=0，



作：$\overrightarrow{AB}$=a，$\overrightarrow{BC}$= b,

所以 $\overrightarrow{AC}$= a+b,

从而 $\overrightarrow{AC}$+c=0

即$\overrightarrow{AC}$是c的反向量：$\overrightarrow{AC}$=−c，也即$\overrightarrow{CA}$= c，

所以 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=0$

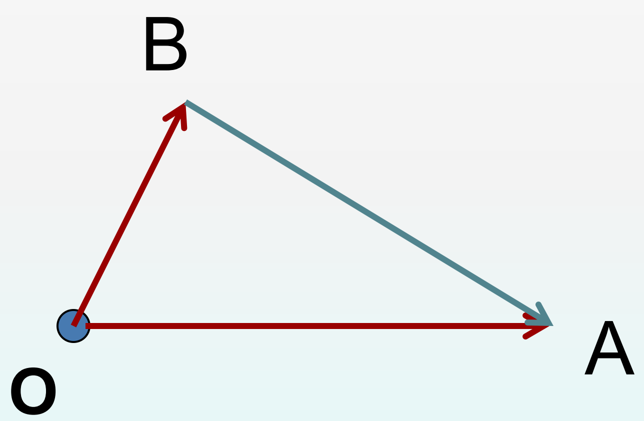
即三向量a,b,c可以构成△ABC.

五、向量的减法

1.定义 如果b+c=a, 称c为a与b的差, 记为c=a−b,

由a, b求a−b的运算称为向量减法.

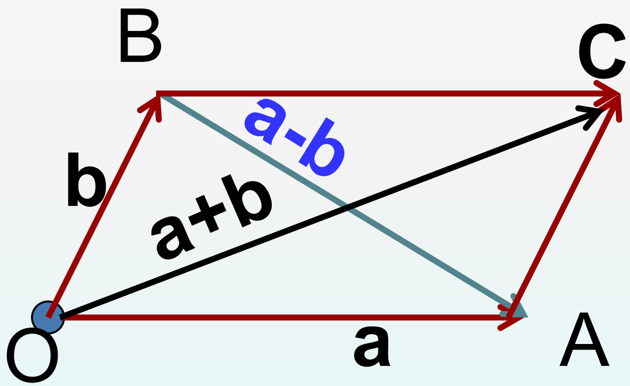
$\because\ \overrightarrow{OB}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{OA}$



$\therefore\ \overrightarrow{BA}=\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}$

2.作图方法

自任意点O作向量$\overrightarrow{OA}=\mathbf{a}$,$\overrightarrow{OB}=\mathbf{b}$,则 $\overrightarrow{BA}=\mathbf{a}-\mathbf{b}$



如果以$\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$为邻边作

平行四边形OACB，则对角线

$\overrightarrow{OC}=\mathbf{a}+\mathbf{b}$，$\overrightarrow{BA}=\mathbf{a}-\mathbf{b}$

3.向量等式的移项法则：

在向量等式中，将某一向量从等号的一端移到另一端，只需要改变它的符号.

若a+b+c=d，　则　a+b=d-c

对任意向量a,b，有：

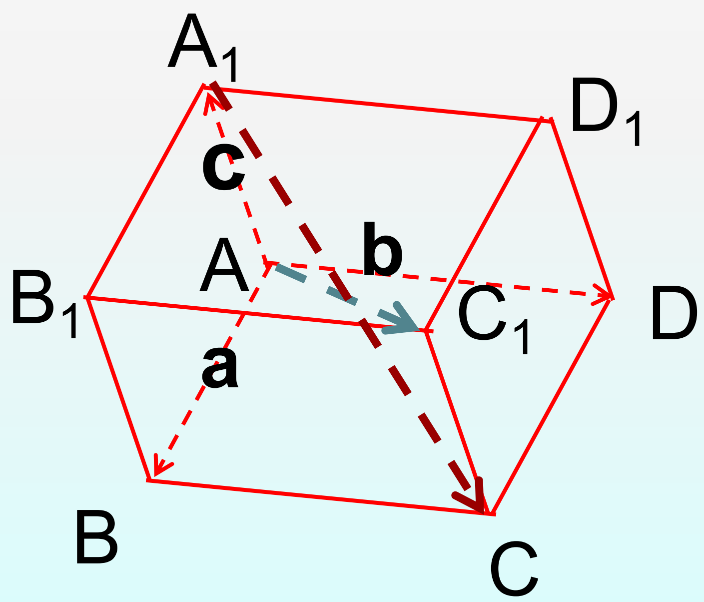
$$|a+b| \le |a| + |b|$$

等号什么时候成立?

对任意有限多个向量a_1, a_2, … a_n，也有:

$$|a_1+a_2+\dots+a_n| \le |a_1| + |a_2| + \dots + |a_n|$$

例2　如图，在平行六面体中，$\overrightarrow{AB}$=**a**，$\overrightarrow{AD}$=**b**，$\overrightarrow{AA_1}$=**c**,试用**a**,**b**,**c**来表示对角线向量$\overrightarrow{AC_1}$, $\overrightarrow{A_1C}$.



解：　$\because \overrightarrow{AC_1}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC_1}$

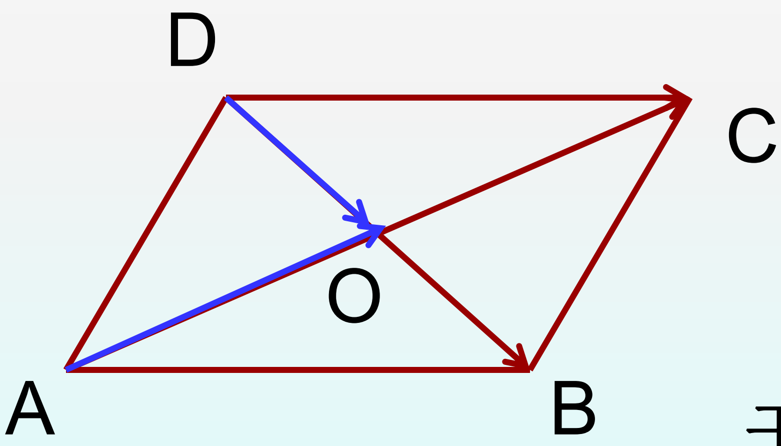
$\therefore \overrightarrow{AC_1}$ = **a+b+c**

$\overrightarrow{A_1C}=\overrightarrow{A_1A}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{A_1C}$= **-c+a+b=a+b-c**

例3 证明对角线互相平分的四边形是平行四边形。

证明：（如图）设四边形**ABCD**的对角线**AC**，**BD**相交于**O**点且互相平分



因为 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OB}$

$\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{DO}+\overrightarrow{OC}$

又 $\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{OC}$，

$\overrightarrow{DO}=\overrightarrow{OB}$

于是得 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$

问题得证.

五、课堂小结

1. 向量加法的结果仍是向量；

2. 向量加法、减法与对应作图法之间的关系。

思考题：

数乘向量还是向量吗？