《高等代数(1)》期中考试 试卷

教师________**班级**__________**姓名**___________**学号**__________**得分**__________

一、填空题（每小题 4 分，共 40 分）

1. 在有理数域上将多项式 $f(x)=x^3+x^2-2x-2$ 分解为不可约因式的乘积是_________.

2. 对于多项式 $f(x)=x^6-6x^3+6x^2-2$，在有理数域上可约性为_____.

3. 若 $(x-2)^2 \mid ax^4+bx^2+4$，则 $a=$_____，$b=$_____.

4. 多项式 $f(x)$ 除以 $ax+b$ 所得余式是__________.

5. 多项式 $f(x)=x^4+ax^2+3x+b, g(x)=x^2+2x+1, (f(x), g(x))=g(x)$, 则 $a=$_____，$b=$_____.

6. 在行列式 $\begin{vmatrix} a & 1 & 2 \\ 0 & 4 & -1 \\ 3 & b & 1 \end{vmatrix}$ 中, a 的余子式为 16, b 的余子式为-24,则 $a=$_____，$b=$_____.

7. 行列式 $\begin{vmatrix} 246 & 427 & 327 \\ 1014 & 543 & 443 \\ -342 & 721 & 621 \end{vmatrix}=$___________________.

8. 行列式 $\begin{vmatrix} 0 & 4 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{vmatrix}$ 等于__________.

9. 在 $f(x)=\begin{vmatrix} 2x & \text{[illegible]} & \text{[illegible]} & 2 \\ 1 & \text{[illegible]} & \text{[illegible]} & -1 \\ 3 & \text{[illegible]} & \text{[illegible]} & 1 \\ 1 & \text{[illegible]} & \text{[illegible]} & -x \end{vmatrix}$ 中 x^4 和 x^3 的系数分别是_________________.

10. 方程 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 8 \\ 1 & 3 & 9 & 27 \\ x & x^2 & x^3 & x^4 \end{vmatrix}=0$ 的所有根为____________.

二、计算题（每小题 10 分，共 40 分）

1. 试判断 $x=2$ 为多项式 $f(x)=x^5-6x^4+11x^3-2x^2-12x+8$ 的几重根？为什么？

2. 计算 n 阶行列式 $D_n=\begin{vmatrix} x & y & \cdots & y \\ y & x & \cdots & y \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ y & y & \cdots & x \end{vmatrix}$.

3. 设四阶行列式 $D=\begin{vmatrix} 3 & -5 & d & 2 \\ a & b & c & d \\ a^2 & b^2 & c^2 & d^2 \\ a^3 & b^3 & c^3 & d^3 \end{vmatrix}$，计算 $A_{11}+A_{12}+A_{13}+A_{14}$，其中 A_{ij} 是元素 a_{ij} 的代数余子式.

4. 计算行列式 $\begin{vmatrix} 1-a & a & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1-a & a & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1-a & a & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1-a & a \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1-a \end{vmatrix}$

三、证明题（第 1 小题 6 分，第 2，3 小题各 7 分，共 20 分）

1. 证明：如果 $(x^2+x+1)\mid f_1(x^3)+xf_2(x^3)$，那么 $(x-1)\mid f_1(x)$，$(x-1)\mid f_2(x)$.

2. $(6-\frac{1}{\sqrt{2}}x-5x^2+x^3)^{97}(16x^2-15x^4+\sqrt{2}x^5)^{85}$ 的展开式中各项的系数之和为-2.

3. 若 $f(x)$，$g(x)$ 不全为零，$(f(x),g(x))=d(x)$，$f(x)=d(x)f_1(x)$，$g(x)=d(x)g_1(x)$，则 $(f_1(x),g_1(x))=1$.