第二章　轨迹与方程

§2.1　平面曲线的方程

授课学时：1 学时

一、教学目标

1．初步掌握根据图形的性质用坐标法建立曲面与曲线方程的一般步骤；

2．掌握曲面的坐标式参数方程的概念

二、教学重难点

1.教学重点：曲面的普通方程和向量式参数方程的定义及建立曲面的这两种方程的方法；

2.教学难点：曲面的向量式参数方程的概念。

三、教学方法

多媒体辅助教学、讲练和探究式相结合教学法

四、教学过程

一、引入

学过的平面曲线椭圆，双曲线等有何特征？

二、讲解新知

平面上的曲线都看成具有某种特征性质的点的集合。曲线上点的特征包括两层意思：（1）曲线上的点都具有这些性质；（2）具有这些性质的点都在曲线上。它也可以说成是点在曲线上的充要条件。

曲线上点的特征性质，在建立了坐标系的平面上，反映为曲线上点的坐标 x 和 y 所应该满足的相互制约条件，一般用方程

F（x，y）=0 或　y= f(x) 表达。

定义 2.1.1　当平面上取定了标架后，如果一个方程与一条曲线有关系：（1）满足方程的（x，y）必是曲线上某一点的坐标；（2）曲线上任何一点的坐标（x，y）满足这个方程，那么这个方程叫做这条*曲线的方程*，这条曲线叫做这个*方程的图形*。

注：（1）为方便起见，“点的坐标满足方程”常说成“点满足方程”。这时，点的坐标和方程的解满足一一对应关系。

（2）当动点按照某种规律运动时，与它对应的向径也随时间的不同而改变（即模与方向的改变），这样的向径叫变向量，记作$r(t)$。如果变数$t(a \le t \le b)$的每一个值对应于变向量 r 的一个完全确定的值（模与方向）$r(t)$，那么我们就说 r 是变数 t 的*向量函数*，把它记做$\vec{r}=\vec{r}(t)$)，$(a \le t \le b)$

二．定义 2.1.2　若取$t(a \le t \le b)$ 的一切可能取的值，由$\vec{r}(t)=x(t)\vec{e}_1+y(t)\vec{e}_2$ $(a \le t \le b)$表示的向径$r(t)$的终点总在一条曲线上；反过来，在这条曲线上的任

意点，总对应着以它为终点的向径，而这向径可由 t 的某一值 t_0 (a≤t_0≤b) 通过 $\vec{r}(t)=x(t)\vec{e}_1+y(t)\vec{e}_2$ $(a\le t\le b)$完全决定，那么就把表达式$\vec{r}(t)=x(t)\vec{e}_1+y(t)\vec{e}_2$ $(a\le t\le b)$ 叫做曲线的*向量式参数方程*，其中 t 为参数。

换种说法：$\vec{r}(t)=x(t)\vec{e}_1+y(t)\vec{e}_2$ $(a\le t\le b)$ 叫做曲线的*向量式参数方程*，如果当 t 在区间$(a\le t\le b)$内变动时，向径 r(t) 的终点 (x(t),y(t))就描述出这条曲线来。

因为曲线上点的向径 r(t) 的分量为 x(t), y(t)，所以曲线的参数方程也常写成下列形式

$$\begin{cases} x=x(t) \\ y=y(t) \end{cases} \quad (a\leqslant t\leqslant b)$$

我们把这个表达式叫做曲线的*坐标式参数方程*。

三．应用：

例 1：求圆心在原点，半径为 R 的圆的方程。

例 2：已知两点 A（-2，-2）和 B（2，2），求满足条件$\left|\overrightarrow{MA}\right|-\left|\overrightarrow{MB}\right|=4$ 的动点 M 的轨迹方程。

例 3：一个圆在一直线上无滑动的滚动，求圆周上一点 P 的轨迹。（这种曲线叫做*旋轮线或摆线*。）

例 4：已知大圆半径为 a ，小圆半径为 b。设大圆不动，而小圆在大圆内无滑动的滚动，动圆圆周上某一定点 P 的轨迹叫做*内旋轮线或内摆线*，求内旋轮线的方程。

例 5：把线绕在一个固定圆周上，将线头拉紧后向反方向旋转，以把线从圆周上解放出来，使放出来的部分成为圆的切线，求线头的轨迹。（叫圆的*渐伸线或切展线*，在工业上常被采用为齿廓曲线）

例 6：把椭圆的普通方程$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 改写为参数方程。

作业：课本 77 页习题 1,2

§2.2　曲面的方程

授课学时：1 学时

一、　　教学目标

1.掌握曲面的普通方程的定义及建立曲面的普通方程的方法

2.掌握曲面的向量式参数方程的定义及建立曲面的向量式参数方程的方法

3.掌握曲面的坐标式参数方程的概念

二、教学重难点

1.教学重点：曲面的普通方程和向量式参数方程的定义及建立曲面的这两种方程的方法；

2.教学难点：曲面的向量式参数方程的概念。

三、教学方法

多媒体辅助教学、讲练和探究式相结合教学法

四、教学过程

1.导入

线动成面

2.讲解新知

1.曲面的普通方程

定义 在$\{0;\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3\}$下，若曲面$\Sigma$和方程$F(x,y,z)=0$（1）满足：

① Σ上的任一点的坐标满足（1）

② 满足（1）的(x,y,z)是Σ上的点的坐标

则（1）称为Σ的方程，Σ称为（1）的图形。

注：1^o若（1）可表示成$z=f(x,y)$或$x=g(y,z)$或$y=h(z,x)$，则称其为Σ的显式方程

2^o曲面的普通方程实际上是将曲面上的点的特征性质用点的坐标x,y,z之间的关系来表达的表达式

下面举例说明怎样以曲面上的点的特征性质导出曲面的普通方程。

例 1. 求连接两点$A(1,2,3)$和$B(2,-1,4)$的线段的垂直平分面的方程。

解：$M(x,y,z)$在π上$\Leftrightarrow\left|\overrightarrow{AM}\right|=\left|\overrightarrow{BM}\right|$

$$\Leftrightarrow\sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2}=\sqrt{(x-2)^2+(y+1)^2+(z-4)^2}$$

$$\Leftrightarrow 2x-6y+2z-7=0$$

故π的方程为$2x-6y+2z-7=0$。（由曲面的方程定义可知）

注 π上的点满足性质$|\overrightarrow{AM}|=|\overrightarrow{BM}|$，而不满足性质$|\overrightarrow{AM}|=|\overrightarrow{BM}|$的点$M$不在上$\pi$。因此性质$|\overrightarrow{AM}|=|\overrightarrow{BM}|$完全决定了$\pi$上的点，称其为$\pi$上的点的特征性质。一般的，完全决定曲面$\Sigma$上的点的性质称为$\Sigma$上的点的特征性质。而$2x-6y+2z-7=0$为$\pi$的点特征性质的坐标表示。此例是先找到$\pi$上的点的特征性质 然后再将此特征性质用$\pi$上的点的坐标表示出来。此表示即为$\pi$的普通方程。一般的，求曲面$\Sigma$的普通方程先建立坐标系，然后再找出$\Sigma$上的点的特征性质，最后将该性质用坐标表示即得$\Sigma$的普通方程。

例 2. 求两坐标面xoz和yoz所成二面角的平分面方程。

解：点$M(x,y,z)$在所求平分面上$\Leftrightarrow$ M与坐标面xoz和yoz等距$\Leftrightarrow$ $|y|=|x|$

即$y=\pm x$　亦即$x\pm y=0$．　$x+y=0$与$x-y=0$为所求。

例 3.求坐标平面yoz的方程。

解：点$M(x,y,z)$在yoz平面上$\Leftrightarrow$ $x=0$。即$x=0$为yoz面的方程

注：xoz面的方程为$y=0$；xoy面的方程为$z=0$

例 4.一平面平行于坐标平面xoz，且在y轴的正向一侧与xoz面相隔距离为k，求它的方程。

解. $M(x,y,z)$在所求平分面上$\Leftrightarrow$ $y=k$。 故$y=k$为所求。

例 5. 设球面的中心是点$C(a,b,c)$且半径为r，求它的方程。

解：点$M(x,y,z)$在球面上$\Leftrightarrow$ $|\overrightarrow{CM}|=r$ $\Leftrightarrow$ $\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2}=r$

故$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=r^2$为所求。

注：4^o 将以上方程展开得

$$x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+(a^2+b^2+c^2-r^2)=0$$

由此可见球面方程是一个三元二次方程。它的所有平方项的系数相同。交叉项消失。特别地，以原点为心的球面方程为$x^2+y^2+z^2=r^2$。

例 5′ 讨论形如： $Ax^2+By^2+Cz^2+Gx+Hy+Kz+L=0$　　（*）

的图形。其中$A=B=C\neq 0$

解：（*）可化为 $x^2+y^2+z^2+2gx+2hy+2kz+l=0$ （**）

（**）式配方得

$$(x+g)^2+(y+h)^2+(z+k)^2=g^2+h^2+k^2-l$$

当 $g^2+h^2+k^2-l>0$ 时，（**）的图形为球面（实球面）

$g^2+h^2+k^2-l=0$ 时，（**）的图形为一个点（−g, −h, −k）.（点球）

$g^2+h^2+k^2-l<0$ 时，（**）没有实图形（此时称的图形为虚球面）

注 5^0 球面，点球，虚球面统称为球面。这样由例 5 和例 5′ 知球面的方程是一个平方项系数相等，而交叉项消失的三元二次方程。反之，任何一个三元二次方程，若它的二次项系数相等且交叉项消失。则它一定表示一个球面（实球面，点或虚球面）

注 6^0 对已知方程 $F(x,y,z)=0$。若没有实点（即坐标为实数的点）满足它。这时方程不表示任何实图形。称之为虚曲面。如 $x^2+y^2+z^2+1=0$。

注 7^0 对已知方程 $F(x,y,z)=0$。有时只有一个实点满足它。例如方程 $x^2+y^2+z^2=0$，只有 $(0,0,0)$ 点满足它，因此 $F(x,y,z)=0$ 的图形只有一个点 $(0,0,0)$，也就是说 $F(x,y,z)=0$ 是 $(0,0,0)$ 的方程，也就是说 $F(x,y,z)=0$ 只表示点 $(0,0,0)$。有时 $F(x,y,z)=0$ 代表一条曲线。例如 $x^2+y^2=0$，只有形如 $(0,0,z)$ 的点满足它。故它表示 z 轴，是一条直线

2．曲面的参数方程

（1）双参数向量函数：设 u,v 为两个变量，$\vec{r}$ 为一个变向量，D 为一个平面区域，若对 $\forall(u,v)\in D$，变向量 $\vec{r}$ 都取一个完全确定的向量 $\vec{r}(u,v)$ 与之对应，则称 $\vec{r}$ 为变量 u,v 的双参数向量函数。记为 $\vec{r}=\vec{r}(u,v)$， $(u,v)\in D$

（2）双参数向量函数的坐标表示：取定标架 $\{o;\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3\}$，则向量就可用它的坐标表示。这样双参数矢性函数 $\vec{r}(u,v)$ 可表示为 $\vec{r}=\vec{r}(u,v)=x(u,v)\vec{e}_1+y(u,v)\vec{e}_2+z(u,v)\vec{e}_3$。

注：设 $\vec{r}=\vec{r}(u,v)$， $(u,v)\in D$。取 $(u,v)\in D$，作向径

$$\overrightarrow{OM}=\vec{r}(u,v)=x(u,v)\vec{e}_1+y(u,v)\vec{e}_2+z(u,v)\vec{e}_3$$

得向径 $\overrightarrow{OM}$ 的终点 $M(x(u,v),y(u,v),z(u,v))$。当 (u,v) 取遍 D 中一切点时，向径

$$\overrightarrow{OM}=\vec{r}(u,v)=x(u,v)\vec{e}_1+y(u,v)\vec{e}_2+z(u,v)\vec{e}_3$$

的终点 $M(x(u,v),y(u,v),z(u,v))$ 所画成的轨迹一般为一张曲面。

（3）曲面的向量式参数方程：

若曲面 $\sum$ 与双参数向量函数 $\vec{r}=\vec{r}(u,v)$，$(u,v)\in D$，满足：

①对 $\forall M\in\sum$，都存在 u,v 使 M 为向径 $\vec{r}(u,v)$ 的终点

②对 $\forall(u,v)\in D$，径矢 $\vec{r}(u,v)$ 的终点都在 $\sum$ 上

则称 $\vec{r}=\vec{r}(u,v)$ $(\vec{r}=x(u,v)\vec{e}_1+y(u,v)\vec{e}_2+z(u,v)\vec{e}_3)$ 为 $\sum$ 的向量式参数方程。其中 u,v 为参数。

（4）曲面的坐标式参数方程：

因 $\vec{r}(u,v)$ 与其坐标相互唯一确定，所以曲面的参数方程也常写成：$\begin{cases}x=x(u,v)\\y=y(u,v)\\z=z(u,v)\end{cases}$

称之为曲面的坐标式参数方程。

例 6：求中心在原点，半径为 r 的球面参数方程

解：设 M 是球面上任一点，M 在面上的射影为 P，P 在 x 轴上的射影为 Q，再设 xoy 面上的有向角 $\measuredangle(i,\overrightarrow{op})=\varphi$，$oz$ 轴与 $\overrightarrow{OM}$ 的交角 $\angle zoM=\theta$.则

$$\vec{r}=\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OQ}+\overrightarrow{QP}+\overrightarrow{PM}$$

$$\overrightarrow{PM}=\overrightarrow{OM}'=\text{射影向量}_{\vec{k}}\vec{r}=(\text{射影}_{\vec{k}}\vec{r})\vec{k}=(|\vec{r}|\cos\angle(\vec{r},\vec{k}))\vec{k}=(r\cos\theta)\vec{k}$$

$$\overrightarrow{QP}=\overrightarrow{OP}'=\text{射影向量}_{\vec{j}}\overrightarrow{OP}=(\text{射影}_{\vec{j}}\overrightarrow{OP})\vec{j}=(|\overrightarrow{OP}|\cos\angle(\overrightarrow{OP},\vec{j}))\vec{j}=(\mathrm{r}\sin\theta\sin\varphi)\vec{j}$$

$$\overrightarrow{OQ}=(\text{射影}_{\vec{i}}\overrightarrow{OP})\vec{i}=(|\overrightarrow{OP}|\cos\angle(\overrightarrow{OP},\vec{i}))\vec{i}=(|\overrightarrow{OP}|\cos\varphi)\vec{i}=(r\sin\theta\cos\varphi)\vec{i}$$

从而 $\vec{r}=(r\sin\theta\cos\varphi)\vec{i}+(r\sin\theta\sin\varphi)\vec{j}+(r\cos\theta)\vec{k}\quad 0\le\theta\le\pi,-\pi\le\varphi\le\pi$　（＊）

反之，径矢 $\vec{r}$ 的终点在所给球面上。这是因为对 $\forall\theta,\varphi$，向径 $\vec{r}=\vec{r}(\theta,\varphi)$ 的终点为 $M(r\sin\theta\cos\varphi,r\sin\theta\sin\varphi,r\cos\theta)$ 且 $(r\sin\theta\cos\varphi)^2+(r\sin\theta\sin\varphi)^2+(r\cos\theta)^2=r$。故 M 在球面上。

故（＊）为所求

所求球面的坐标式参数方程为：

$$\begin{cases} x = r\sin\theta\cos\varphi \\ y = r\sin\theta\sin\varphi \\ z = r\cos\theta \end{cases} \qquad 0 \le \theta \le \pi, -\pi \le \varphi \le \pi .$$

例 7. 求以 z 轴为对称轴，半径为 R 的圆柱面的参数方程

解： 设 M 是圆柱面上任一点，M 在 xoy 面上的射影为 P，再设 xoy 面上的有向角 $\varphi = \measuredangle(\vec{i}, \overrightarrow{OP})$，$P$ 在 x 轴上的射影为 Q，则 $\vec{r} = \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OQ} + \overrightarrow{QP} + \overrightarrow{PM}$. 因为

$$\overrightarrow{OQ} = (\text{射影}_{\vec{i}}\overrightarrow{OP})\vec{i} = \left|\overrightarrow{OP}\right|\cos\angle(\vec{i}, \overrightarrow{OP})\vec{i} = (R\cos\varphi)\vec{i}$$

$$\overrightarrow{QP} = (\text{射影}_{\vec{j}}\overrightarrow{OP})\vec{j} = (\left|\overrightarrow{OP}\right|\cos\angle(\vec{j}, \overrightarrow{OP}))\vec{j} = (r\sin\varphi)\vec{j} \qquad \overrightarrow{PM} = u\vec{k}$$

所以 $\vec{r} = (R\cos\varphi)\vec{i} + (R\sin\varphi)\vec{j} + u\vec{k} \quad -\pi < \varphi \le \pi, -\infty < u < +\infty$ （*）

反之，所得径矢 $\vec{r}$ 的终点在圆柱面上。故（*）为所求。

所给圆柱面的坐标式参数方程为：

$$\begin{cases} x = R\cos\varphi \\ y = R\sin\varphi \\ z = u \end{cases} \qquad -\pi < \varphi \le \pi, -\infty < u < +\infty$$

注 8： 曲面的参数方程的表达式不唯一。比如例 6（P_{87}）

3.布置作业

课本第 87 页习题：3、5

§2.3 空间曲线的参数方程

授课学时：1 学时

一、教学目标

1．掌握空间曲线的一般方程的概念

2．掌握空间曲线的参数方程的概念

3．会求空间曲线的参数方程的参数方程

二、教学重难点

1.教学重点：空间曲线的参数方程；

2.教学难点：空间曲线的参数方程的求法。

三、教学方法

多媒体辅助教学、讲练和探究式相结合教学法

四、教学过程

1..导入

两曲面的交线

2.讲解新知

1．向量函数：设$\vec{r}$为一个变向量，I为一个区间。若对$\forall t\in I$，$\vec{r}$都取一个完全确定的向量$\vec{r}(t)$与之对应，则称$\vec{r}$是变量t的向量函数。记为$\vec{r}=\vec{r}(t)$，$t\in I$。

取定坐标系$\{o;\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3\}$，则向量函数$\vec{r}(t)$可用它的坐标表示为

$$\vec{r}(t)=x(t)\vec{e}_1+y(t)\vec{e}_2+z(t)\vec{e}_3,t\in I$$

2．**定义：**取定空间坐标系。若空间曲线l与向量函数$\vec{r}=\vec{r}(t)$，$t\in I$满足：

① 对$\forall P\in l$，存在t使P为向径$\vec{r}(t)$的终点

② 对$\forall t\in I$，向径$\vec{r}(t)$的终点P在l上

则称$\vec{r}=\vec{r}(t)$为l的向量式参数方程，其中t称为参数。

注：由以上定义可见，若$\vec{r}=\vec{r}(t)$，$t\in I$是曲线l的向量式参数方程，则当t在I内变

动是，向径$\vec{r}(t)$的终点就描绘出l

设$\vec{r}=x(t)\vec{e}_1+y(t)\vec{e}_2+z(t)\vec{e}_3$为空间曲线$l$的向量式参数方程，因$l$上点的向径$\vec{r}(t)$的坐标为$(x(t),y(t),z(t))$，所以$l$的参数方程常写为：$\begin{cases} x=x(t) \\ y=y(t) \\ z=z(t) \end{cases} \quad t\in I$

称为l的坐标式参数方程，其中t为参数。

例 3：一质点一方面绕一条轴线做等角速度的圆周运动，另一方面做平行于轴线的直线运动，其速度与角速度成正比。求这质点的运动轨迹l的方程。

解：取标架$\left\{o;\vec{i}_1,\vec{j},\vec{k}\right\}$，设$oz$轴重合于轴线，并设质点运动的起点为$A(a,0,0)$，质点的角速度为$\omega$。设质点运动的速度为$b\omega$。设$P$为$l$上任一点. 设质点在始点的时刻为$0$，在$P$点的时刻为$t$，$P$在$xoy$面上的射影为$Q$，则$\measuredangle(\vec{i},\overrightarrow{OQ})=\omega t$，（这里取有向角是因为旋转角是有方向的，另外为了保证变矢$\vec{r}$只含一个参数） $\vec{r}=\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OQ}+\overrightarrow{QP}$

$\overrightarrow{QP}=b\omega t\vec{k}$. 设 $\overrightarrow{OQ}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$，则

$$x=射影_{\vec{i}}\overrightarrow{OQ}=\left|\overrightarrow{OQ}\right|\cos\angle(\vec{i},\overrightarrow{OP})=\left|\overrightarrow{OQ}\right|\cos\measuredangle(\vec{i},\overrightarrow{OQ})=a\cos\omega t$$

$$y=(射影_{\vec{j}}\overrightarrow{OQ})=\left|\overrightarrow{OQ}\right|\cos\angle(\vec{j},\overrightarrow{OQ})=\left|\overrightarrow{OQ}\right|\sin\measuredangle(\vec{i},\overrightarrow{OQ})=a\sin\omega t$$

$$z=0$$

于是$\vec{r}=(a\cos\omega t)\vec{i}+(a\sin\omega t)\vec{j}+(b\omega t)\vec{k} \qquad (-\infty\le t<+\infty) \qquad (*)$

反之，对$\forall t\in(-\infty,+\infty)$，向径$\vec{r}(t)$的终点在$l$上，故$(*)$为$l$的向量式参数方程。

l的坐标式参数方程为：$\begin{cases} x=a\cos\omega t \\ y=a\sin\omega t \\ z=b\omega t \end{cases} \quad (-\infty\le t<+\infty)$

注 3^0 此例中的曲线l称为圆柱螺旋线。

4^0 若设$\omega t=\theta$，则l的向量式参数方程、坐标式参数方程分别为：

$$\vec{r}=(a\cos\theta)\vec{i}+(a\sin\theta)\vec{j}+(b\theta)\vec{k} \qquad (-\infty\le t<+\infty)$$

$$\begin{cases} x=a\cos\theta \\ y=a\sin\theta \quad (-\infty\le t<+\infty) \\ z=b\theta \end{cases} \qquad (3)$$

5^0 从上式消去参数θ可得圆柱螺旋线方程的一般式为$\begin{cases} x^2+y^2=a^2 \\ y=a\sin\dfrac{z}{b} \end{cases}$ (4)

6^0 比较(3)，(4)可见，参数方程不仅可表出明确的质点运动的意义，而且比较容易想象出轨迹的图形。因此，在有些问题中，空间曲线的参数方程将显示出它的优越性。

例 4：半径为a的球面Σ与通过球心且半径为$\dfrac{a}{2}$的圆柱面Σ'的交线l称为维维安尼曲线。求l的一般方程与参数方程.

解：(1) 如图建立坐标系，则Σ：$x^2+y^2+z^2=a^2$， Σ'：$x^2+y^2-ax=0$

故l的一般方程为：$\begin{cases} x^2+y^2+z^2=a^2 \\ x^2+y^2-ax=0 \end{cases}$

(2) 平面上圆$x^2+y^2-ax=0$的参数方程为

$$\begin{cases} x=\dfrac{a}{2}+\dfrac{a}{2}\cos 2\theta=\dfrac{a}{2}(1+\cos 2\theta)=\dfrac{a}{2}.2\cos^2\theta=a\cos^2\theta \\ y=\dfrac{a}{2}\sin 2\theta=a\cos\theta\sin\theta \end{cases} \quad 0\le\theta<\pi$$

将其带入球面方程$x^2+y^2+z^2=a^2$得

$$z^2=a^2-(x^2+y^2)=a^2-(a^2\cos^4\theta+a^2\cos^2\theta\sin^2\theta)$$

$$=a^2-a^2\cos^2\theta(\cos^2\theta+\sin^2\theta)=a^2(1-\cos^2\theta)=a^2\sin^2\theta.$$

$z=\pm a\sin\theta$，故有$\begin{cases} x=a\cos^2\theta \\ y=a\cos\theta\sin\theta \\ z=a\sin\theta \end{cases}$ $(0\le\theta<\pi)$ (5)

$$\begin{cases} x=a\cos^2\theta \\ y=a\cos\theta\sin\theta \\ z=-a\sin\theta \end{cases} \quad (0\le\theta<\pi) \quad (6)$$

令$t=\theta+\pi$即$\theta=t-\pi$，则

$$\cos\theta=\cos(t-\pi)=\cos(\pi-t)=-\cos t$$

$$\sin\theta=\sin(t-\pi)=-\sin(\pi-t)=-\sin t$$

(6) 变为$\begin{cases} x = a\cos^2 t \\ y = a\cos t\sin t \\ z = a\sin t \end{cases} \quad (\pi \le \theta < 2\pi)$ (7) .故l的参数方程为：

$$\begin{cases} x = a\cos^2 \theta \\ y = a\cos\theta\sin\theta \\ z = a\sin\theta \end{cases} \quad (0 \le \theta < 2\pi)$$

3.布置作业

课本第 92 页习题：1、2