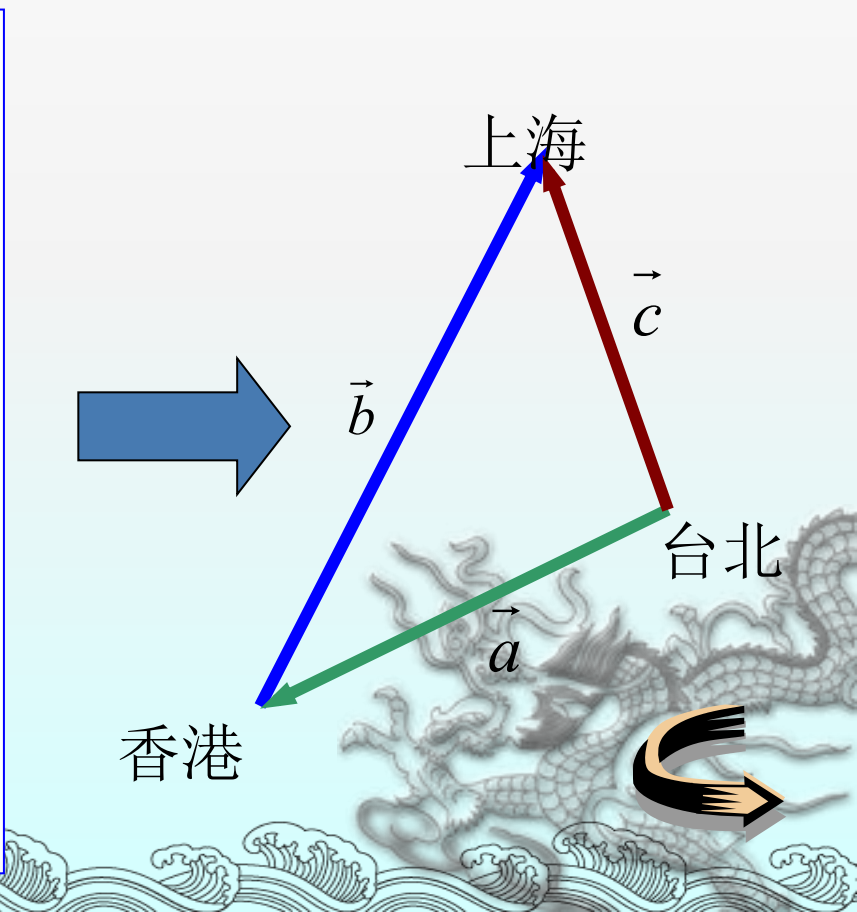
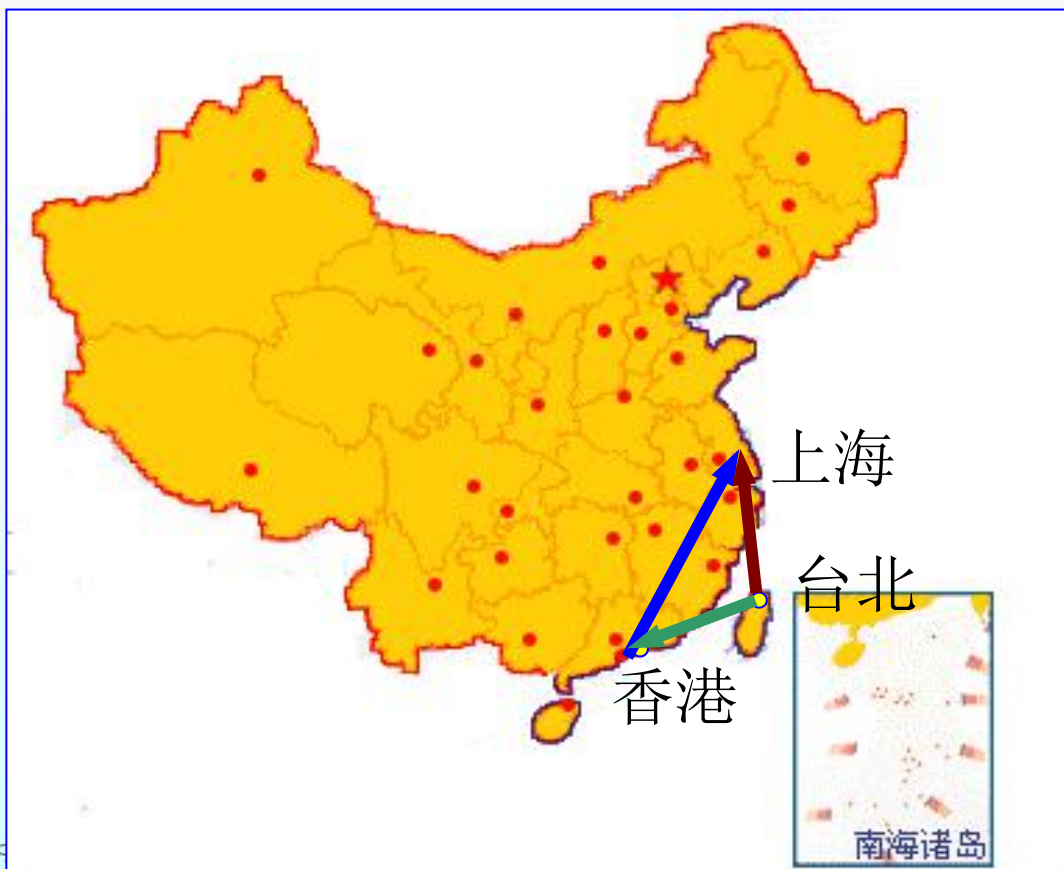
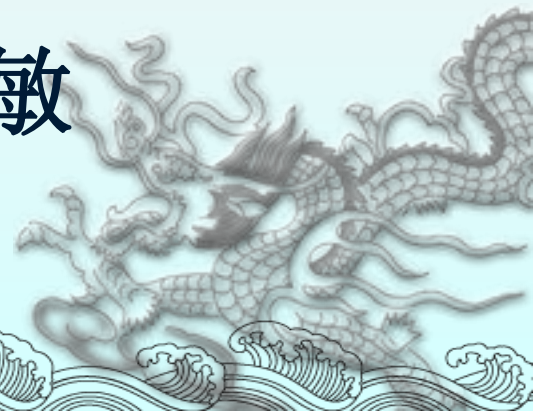


由于大陆和台湾没有直航，因此2006年春节探亲，乘飞机要先从台北到香港，再从香港到上海，则飞机的位移是多少？



1.2 向量的加法

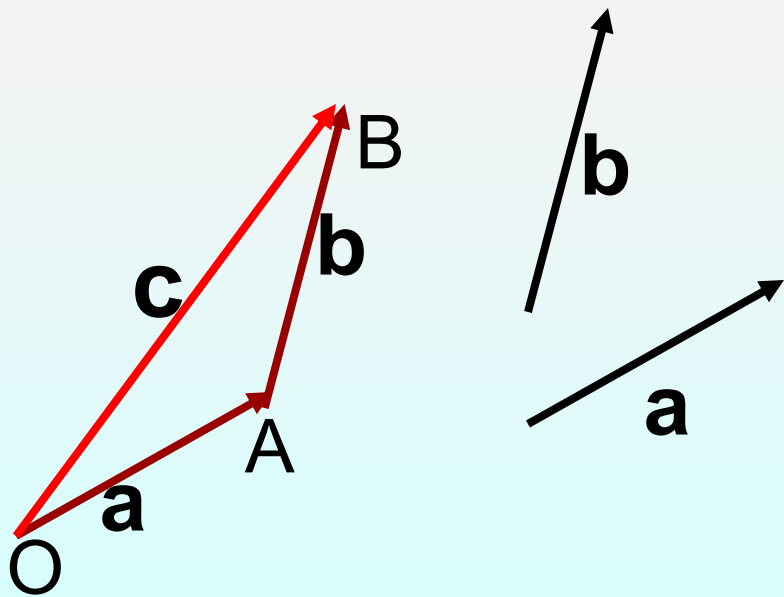
主讲人：邹敏



一、向量的加法

1. **定义** 已知向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} , 以空间任一点 O 为始点接连作向量 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}$

得折线段 OAB , 则向量 $\overrightarrow{OB} = \mathbf{c}$ 称为向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 的和, 记作 $\mathbf{c} = \mathbf{a} + \mathbf{b}$.



已知向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} , 求 $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ 的运算, 称为向量的加法运算.

定义中给出求 $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ 的作图方法称为三角形

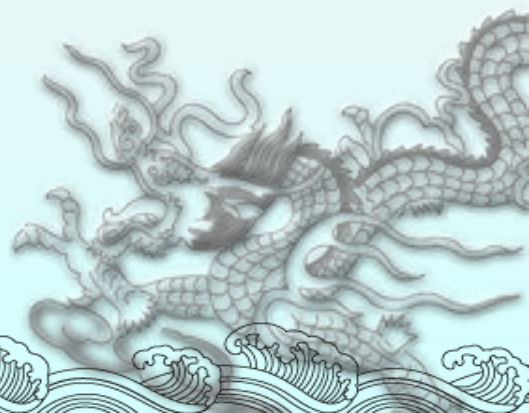
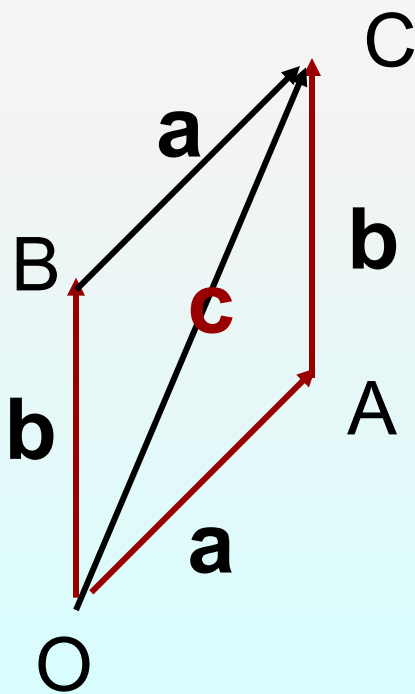
法则

二、平行四边形法则

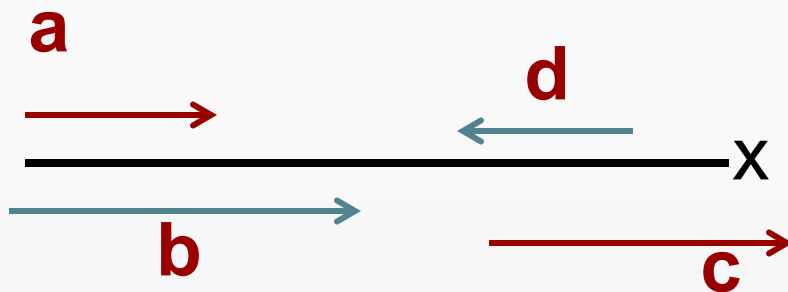
1. 根据三角形法则, 可以得出向量加法的平行四边形法则: 如果把两个向量 \overrightarrow{OA} 、 \overrightarrow{OB} 为邻边组成一个

平行四边形 **OACB**, 那么

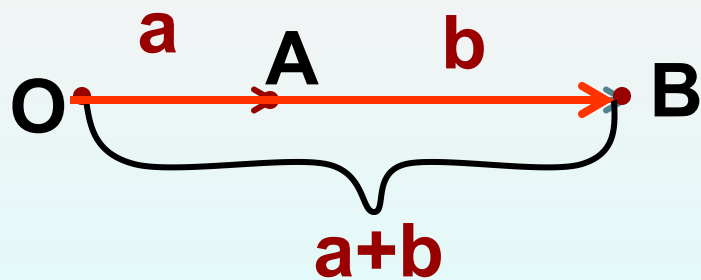
对角线向量 $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$



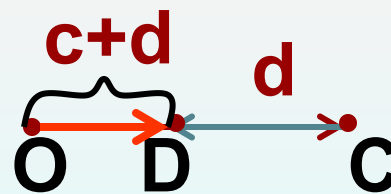
2. 如果a,b共线, 怎样求a+b?



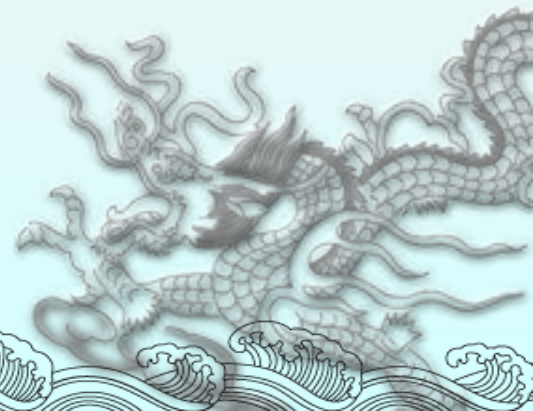
1. a,b方向相同:



2. c,d方向相反:



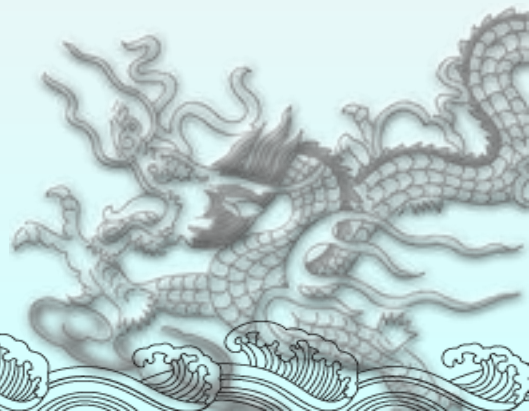
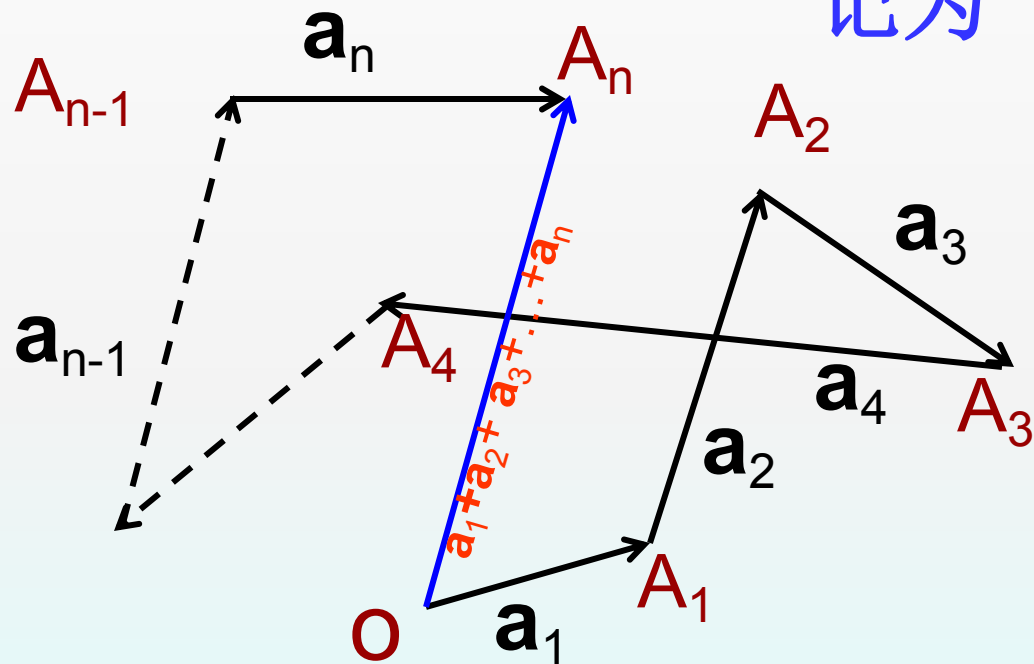
$$a+0=? \quad a+(-a)=?$$



三、多边形法则

1. 对任意有限个向量 $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \dots, \mathbf{a}_n$, 其和也可

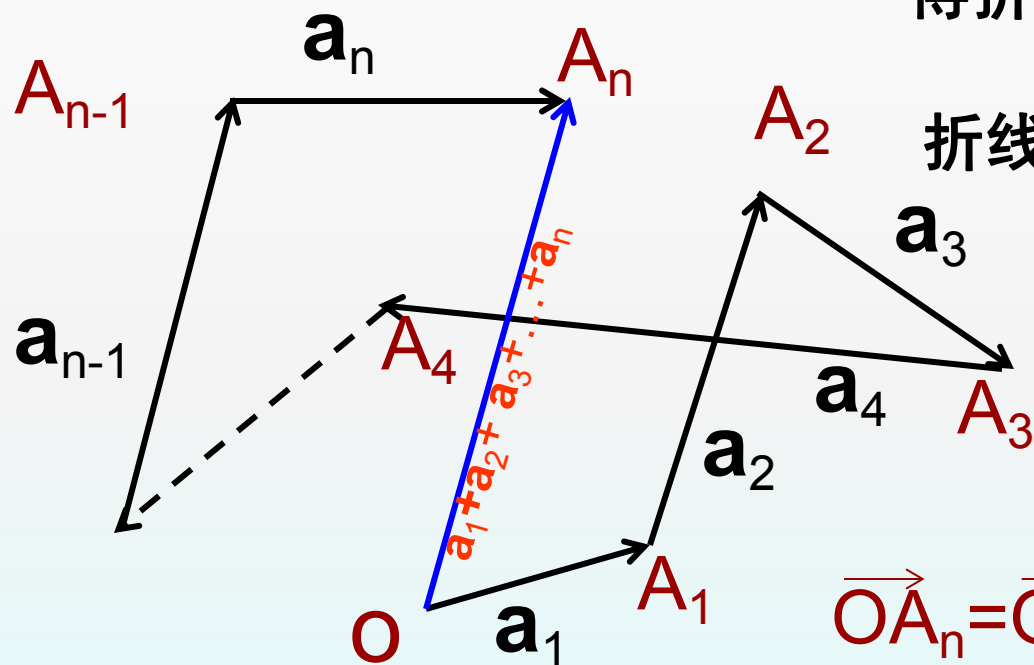
记为 $\mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2 + \mathbf{a}_3 + \dots + \mathbf{a}_n$



2.作图方法

在空间任取一点 O ，以 O 为始点，首尾相连顺次作出 $\mathbf{a}_1 \dots \mathbf{a}_n$

得折线段 $OA_1A_2 \dots A_n$



折线段起点和终点构成的向量

$$\begin{aligned} \vec{OA}_n \\ = \mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2 + \mathbf{a}_3 + \dots + \mathbf{a}_n \end{aligned}$$

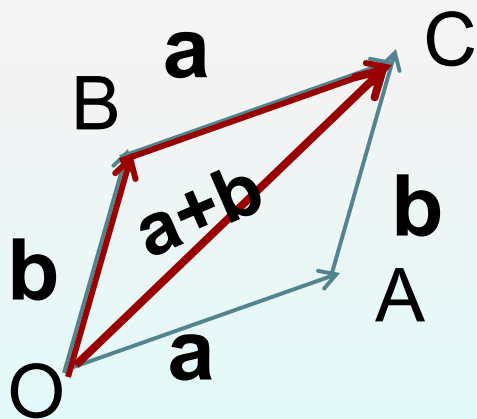
$$\vec{OA}_n = \vec{OA}_1 + \vec{A_1A_2} + \dots + \vec{A_{n-1}A_n}$$

问题：当 O 与 A_n 重合时， $\mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2 + \mathbf{a}_3 + \dots + \mathbf{a}_n = ?$

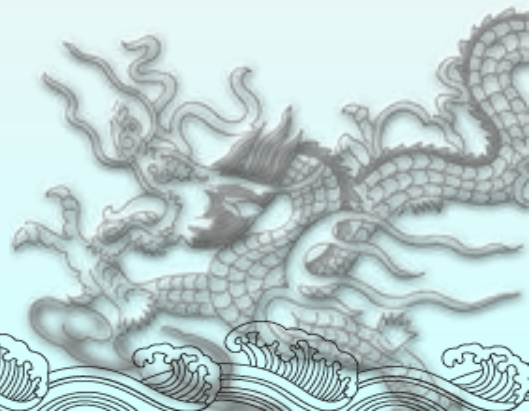
四、向量加法的运算规律

1. 交换律 $a+b=b+a$

证明：当 a, b, c 都不共线时，交换律1
由平行四边形法则求出（图1）



(图1)



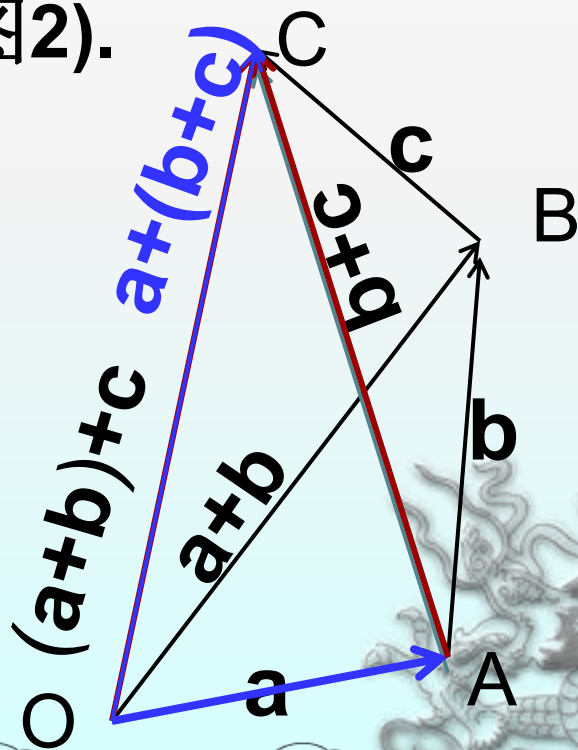
四、向量加法的运算规律

2. 结合律 $(a+b)+c=a+(b+c)$

证明：当 a, b, c 都不共线时，

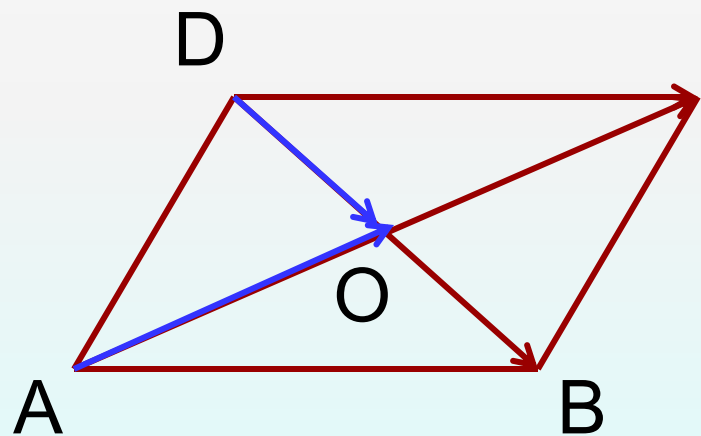
结合律2由三角形法则求出(图2).

(图2)



例1 证明对角线互相平分的四边形是平行四边形。

证明：（如图） 设四边形**ABCD**的对角线**AC**，
BD相交于**O**点且互相平分



因为 $\vec{AB} = \vec{AO} + \vec{OB}$

$$\vec{DC} = \vec{DO} + \vec{OC}$$

又 $\vec{AO} = \vec{OC}$,

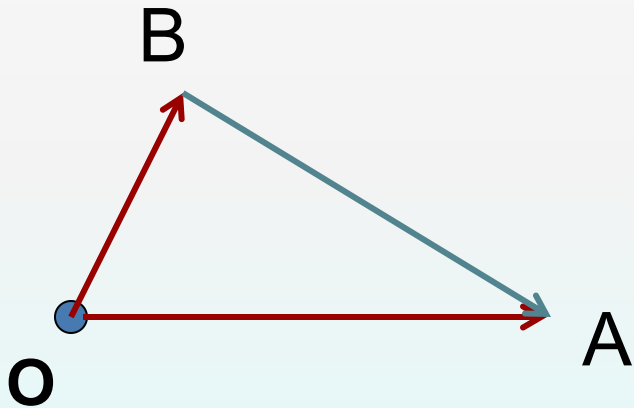
$$\vec{DO} = \vec{OB}$$

于是得 $\vec{AB} = \vec{DC}$

问题得证.

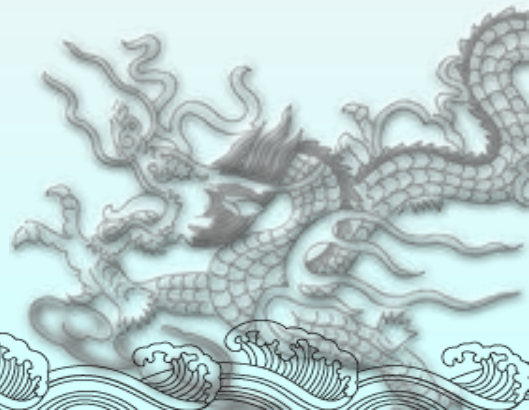
五、向量的减法

1.定义 如果 $b+c=a$, 称 c 为 a 与 b 的差, 记为 $c=a-b$,
由 a, b 求 $a-b$ 的运算称为向量减法.



$$\therefore \vec{OB} + \vec{BA} = \vec{OA}$$

$$\therefore \vec{BA} = \vec{OA} - \vec{OB}$$



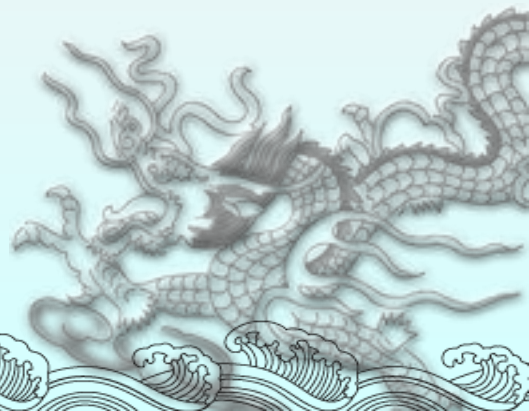
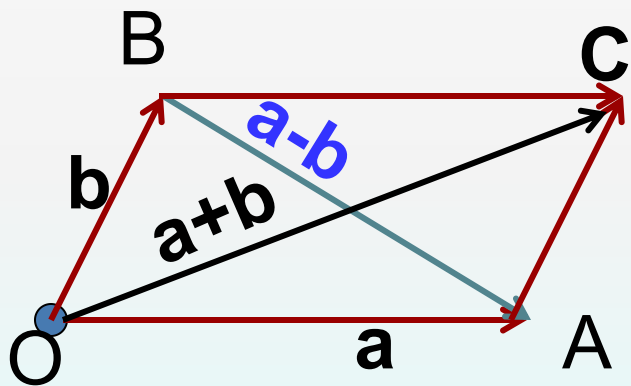
2.作图方法

自任意点O作向量 $\vec{OA}=\mathbf{a}$, $\vec{OB}=\mathbf{b}$,则 $\vec{BA}=\mathbf{a}-\mathbf{b}$

如果以 \vec{OA} , \vec{OB} 为邻边作

平行四边形OACB, 则对角线

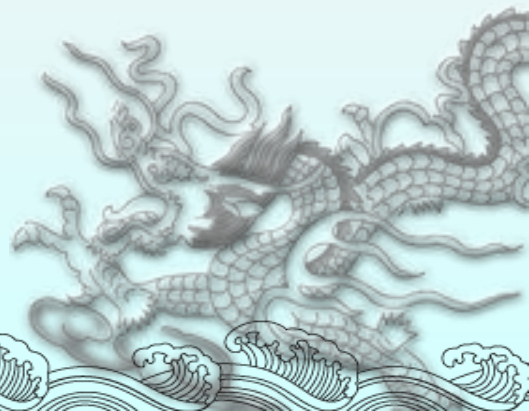
$$\vec{OC}=\mathbf{a}+\mathbf{b}, \vec{BA}=\mathbf{a}-\mathbf{b}$$



3. 向量等式的移项法则:

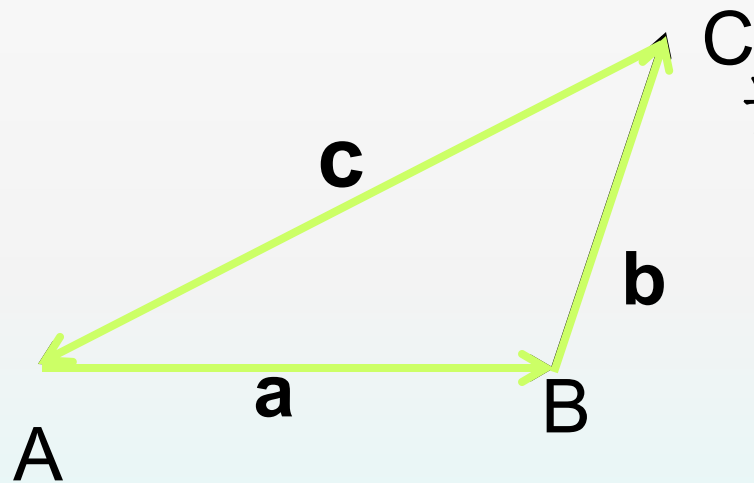
在向量等式中, 将某一向量从等号的一端移到另一端, 只需要改变它的符号.

若 $a+b+c=d$, 则 $a+b=d-c$



例2 互不共线的三向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$, 试证明顺次将它们的终点与始点相连而成一个三角形的充要条件是它们的和为零向量.

证明 (必要性):



设三向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 可以构成 $\triangle ABC$,

即有 $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{BC} = \mathbf{b}$, $\overrightarrow{CA} = \mathbf{c}$

于是 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \mathbf{0}$

从而有 $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} = \mathbf{0}$, 必要性得证.

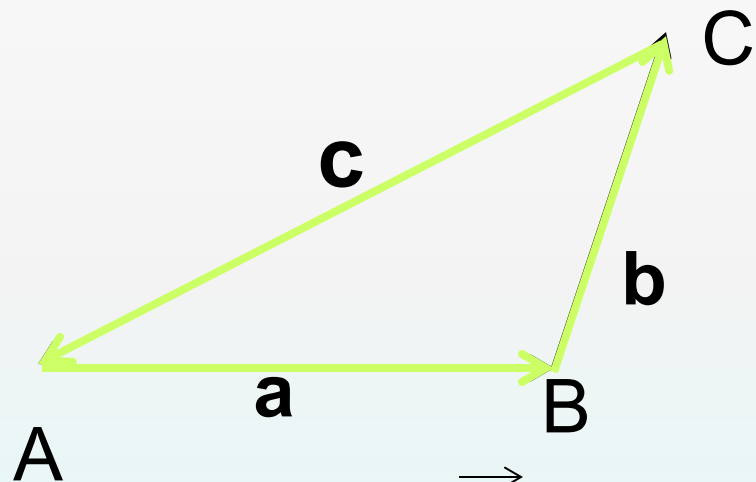
例2 互不共线的三向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$, 试证明顺次将它们的终点与始点相连而成一个三角形的**充要条件**是它们的和为零向量.

(充分性) : 设 $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} = \mathbf{0}$,

作: $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{BC} = \mathbf{b}$,

所以 $\overrightarrow{AC} = \mathbf{a} + \mathbf{b}$,

从而 $\overrightarrow{AC} + \mathbf{c} = \mathbf{0}$



即 \overrightarrow{AC} 是 \mathbf{c} 的反向量: $\overrightarrow{AC} = -\mathbf{c}$, 也即 $\overrightarrow{CA} = \mathbf{c}$,

所以 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \mathbf{0}$

即三向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 可以构成 $\triangle ABC$.

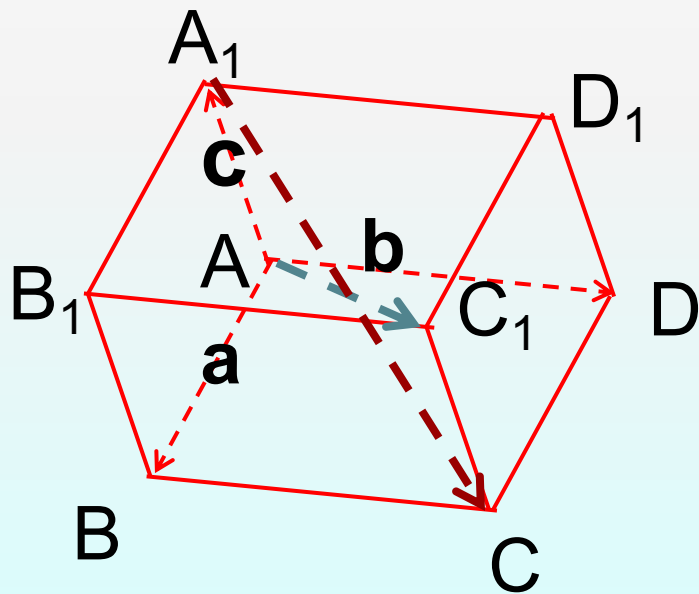
例3 如图，在平行六面体中， $\vec{AB}=\mathbf{a}$ ， $\vec{AD}=\mathbf{b}$ ， $\vec{AA}_1=\mathbf{c}$ ，试用 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 来表示对角线向量 \vec{AC}_1 ， $\vec{A_1C}$ 。

解： $\because \vec{AC}_1 = \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CC}_1$

$$\therefore \vec{AC}_1 = \mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}$$

$$\vec{A_1C} = \vec{A_1A} + \vec{AB} + \vec{BC}$$

$$\vec{A_1C} = -\mathbf{c} + \mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{a} + \mathbf{b} - \mathbf{c}$$



五、课堂小结

1. 向量加法的结果仍是向量；
2. 向量加法、减法与对应作图法之间的关系。



思考题：

数乘向量还是向量吗？



谢谢大家！

不足之处请各位指正！

