

《解析几何》期中考试

教师_____ 班级_____ 姓名_____ 学号_____ 得分_____

一、判断题（正确的打√，错误的打×，每小题 2 分，共 10 分）

- () 1. 两向量的向量积是一个数.
() 2. 三向量的混合积是一个数，其绝对值是以三向量为边的平行六面体的体积.
() 3. xOz 平面的方程为 $z=0$.
() 4. 若 $\vec{a} \times \vec{c} = \vec{b} \times \vec{c}$ ，且 $\vec{c} \neq \vec{0}$ ，则 $\vec{a} = \vec{b}$.
() 5. 平面 $Ax + By + Cz + D = 0$ 中，当 $A = 0$ 表示平面过 x 轴.

二、填空题（每小题 3 分，共 30 分）

1. 设 $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = 3$ ，则 $\vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) =$ _____.
2. 已知点 $A(2, 0, -1)$ ，向量 $\overrightarrow{AB} = \{1, 3, 4\}$ ，则点 B 的坐标是_____.
3. 使 $lx + y - 3z + 1 = 0$ 与 $7x + 2y - z = 0$ 表示相互垂直的平面，则 $l =$ _____.
4. 向量 $\vec{a} = \{-2, 1, 2\}$ 的单位向量是_____，方向余弦是_____.
5. 已知直线 $\begin{cases} 3x - y + 2z - 6 = 0 \\ x + 4y + \lambda z - 15 = 0 \end{cases}$ 与 z 轴相交，则 $\lambda =$ _____.
6. 设 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 为单位向量，且满足 $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ ，则 $\vec{a} \otimes \vec{b} + \vec{b} \otimes \vec{c} + \vec{c} \otimes \vec{a} =$ _____.
7. 长为 4 的向量 \vec{a} 和单位向量 \vec{e} 的夹角为 $\frac{2}{3}\pi$ ，则向量 \vec{a} 在方向 \vec{e} 上的投影为_____.
8. 点 $(2, 1, 0)$ 到平面 $3x + 4y + 5z = 0$ 的离差是_____.

9. 过点(2, 3, 3)且在x轴和y轴上截距分别为-2和-3的平面是_____.

10. 设 $|\vec{\alpha}|=1, |\vec{\beta}|=3, \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}=2$, 则以 $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ 为邻边的平行四边形的面积为_____.

三、单项选择题 (每小题3分, 共15分)

1. $|\vec{a}-\vec{b}|=|\vec{a}+\vec{b}|$ 成立的条件是().

- A. \vec{a} 与 \vec{b} 同向 B. \vec{a} 与 \vec{b} 反向 C. $\vec{a} \perp \vec{b}$ D. $\vec{a} // \vec{b}$

2. 矢量 \vec{a} 和 \vec{b} 满足()条件时, 矢量 $(\vec{a}+\vec{b}) \wedge (\vec{a}-\vec{b})$.

- A. $|\vec{a}|=|\vec{b}|$ B. $\vec{a} \perp \vec{b}$ C. $\vec{a} \cdot \vec{b}=0$ D. $\vec{a} \cdot \vec{b}=0$

3. 已知直线 $l_1: \frac{x}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z}{0}, l_2: \frac{x}{0} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{0}$, l_1 与 l_2 的相关位置是().

- A. l_1 与 l_2 平行 B. l_1 与 l_2 相交
C. l_1 与 l_2 重合 D. l_1 与 l_2 异面

4. 设直线 $l: \begin{cases} x+3y+2z+1=0 \\ 2x-y-10z+3=0 \end{cases}$ 及平面 $\pi: 4x-2y+z-2=0$, 则直线

l ().

- A. 平行于 π B. 在 π 上 C. 垂直于 π D. 与 π 斜交

5. 两平面 $x-y+2z-6=0$ 和 $2x+y+z-5=0$ 的夹角是().

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{9}$ C. $\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{4}$

四、综合题 (共45分)

1. (8分) 用向量法证明三角形的余弦定理 $a^2=b^2+c^2-2bccosA$.

2. (9分) 已知三向量 $a = \{1, 1, 2\}$, $b = \{2, -3, 4\}$, $c = \{1, 5, -1\}$, 判定三向量是否共面, 并判断向量 $\vec{a} + \vec{b}$ 与向量 c 是否垂直.

3. (9分) 求过点 $M_1(3, -5, 1)$ 和 $M_2(4, 1, 2)$ 且垂直于平面 $x - 8y + 3z - 1 = 0$ 的平面的坐标式参数方程和一般方程.

4. (9分) 求通过点 $M(1-5,3)$ 且与 x,y,z 三轴分别成 $60^\circ, 45^\circ, 120^\circ$ 的直线方程.

5. (10分) 求异面直线 $\frac{x+2}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z-2}{-1}$ 和 $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{5} = \frac{z-7}{1}$ 间的距离和它们的公垂线方程.