

《解析几何》期末考试 试卷 B

教师 邹敏、周平 班级 _____ 姓名 _____ 学号 _____ 得分 _____

一、判断题（正确的打√，错误的打×，每小题 2 分，共 10 分）

- () 1. 向量积满足交换律，即 $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{a}$.
- () 2. 三个向量的混合积 $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ 等于这三个向量为边的平行六面体体积.
- () 3. 平面 $Ax + By + Cz + D = 0$ 中，当 $B = D = 0$ 表示平面过 y 轴.
- () 4. 椭圆抛物面对称于 xoz 和 yoZ 坐标面，但它没有对称中心.
- () 5. 二次曲线的特征根可以全为零.

二、单项选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1. $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| - |\vec{b}|$ 成立的条件是() .

- A. \vec{a} 与 \vec{b} 同向且 $|\vec{a}| \geq |\vec{b}|$ B. \vec{a} 与 \vec{b} 反向且 $|\vec{a}| \geq |\vec{b}|$ C. $\vec{a} \perp \vec{b}$ D. $\vec{a} // \vec{b}$

2. 已知平面 $\pi: 3x + y - 2z - 1 = 0$ ，则下列结论错误的是() .

- A. 点 $(1, 1, 1)$ 不在平面 π 上 B. 原点与 π 的离差为 1
- C. 点 $(-2, 0, 0)$ 到 π 的距离为 $\frac{\sqrt{14}}{2}$ D. π 的法式方程为 $\frac{3x + y - 2z - 1}{\sqrt{14}} = 0$

3. 已知直线 $l_1: \frac{x}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z}{0}, l_2: \frac{x}{0} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{0}$ ， l_1 与 l_2 的相关位置是() .

- A. l_1 与 l_2 平行 B. π_1 与 π_2 相交 C. l_1 与 l_2 重合 D. l_1 与 l_2 异面

4. 给定方程 $\frac{x^2}{A-\lambda} + \frac{y^2}{B-\lambda} + \frac{z^2}{C-\lambda} = 1$ ($A > B > C > 0$)，当 $B > \lambda > C$ 时表示

() .

- A. 椭球面 B. 单叶双曲面 C. 双叶双曲面 D. 椭圆抛物面

5. 二次曲线 $x^2 + 2xy + y^2 + 3x + y = 0$ 的渐近方向为().

A. 1:1

B. 1:2

C. 2:1

D. 1:-1

三、填空题 (每小空 3 分, 共 30 分)

1. 求 $\vec{a} = \{-2, 1, 2\}$ 的模 $|\vec{a}| =$ _____, 方向余弦是_____.

2. 长为 4 的 \vec{a} 和单位矢量 \vec{e} 的夹角为 $\frac{2}{3}\pi$, 则向量 \vec{a} 在方向 \vec{e} 上的投影为_____.

3. 设 $(\vec{a}\vec{b}\vec{c}) = 1$, 则 $(\vec{c}\vec{b}\vec{a}) =$ _____, $(\vec{c}\vec{a}\vec{b}) =$ _____.

4. 当 $l =$ _____, $m =$ _____ 时, 使得 $2x + my + 3z - 5 = 0$ 与 $lx - 6y - 6z + 2 = 0$ 表示两平行平面.

5. 将抛物线 $\begin{cases} y^2 = -3x \\ z = 0 \end{cases}$ 绕 x 轴旋转的旋转曲面方程是_____.

6. 当直线 $\begin{cases} x = 1 + kt \\ y = k + t \end{cases}$ 与二次曲线交于一点时, $k =$ _____ 或 _____.

四、综合题 (共 5 题, 共 45 分)

1. 求通过直线 $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-2}{2}$ 且与平面 $3x + 2y - z - 5 = 0$ 垂直的平面的一般方程和坐标式参数方程. (10 分)

2. 判断直线 $l: \frac{x}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{2}$ 与平面 $\pi: 2x + y - z - 3 = 0$ 的位置关系, 若相交, 求出它们的交点. (9分)

3. 已知柱面的准线为 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 25 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$, 且母线平行于直线 $x = y, z = 1$, 求柱面的方程. (9分)

4. 将直线 $\frac{x}{\alpha} = \frac{y-\beta}{0} = \frac{z}{1}$ 绕 z 轴旋转, 求这旋转曲面的方程, 并讨论当 $\alpha = 0$ 或 $\beta = 0$ 时, 它是什么曲面? (8 分)

5. 求二次曲线 $3x^2 + 4xy + 5y^2 - 7x - 8y - 3 = 0$ 在点 $(2, 1)$ 处的切线方程和法线方程. (9 分)