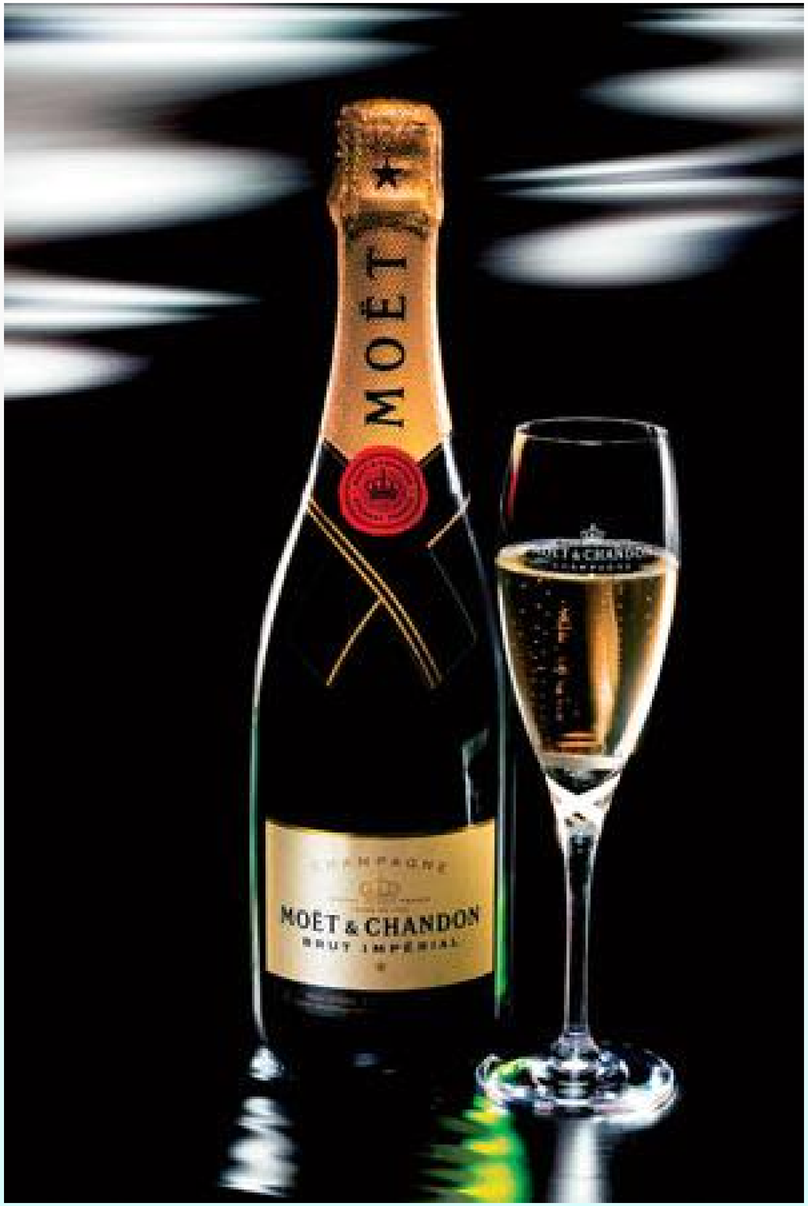
卫星接收装置

旋转门

4.3旋转曲面

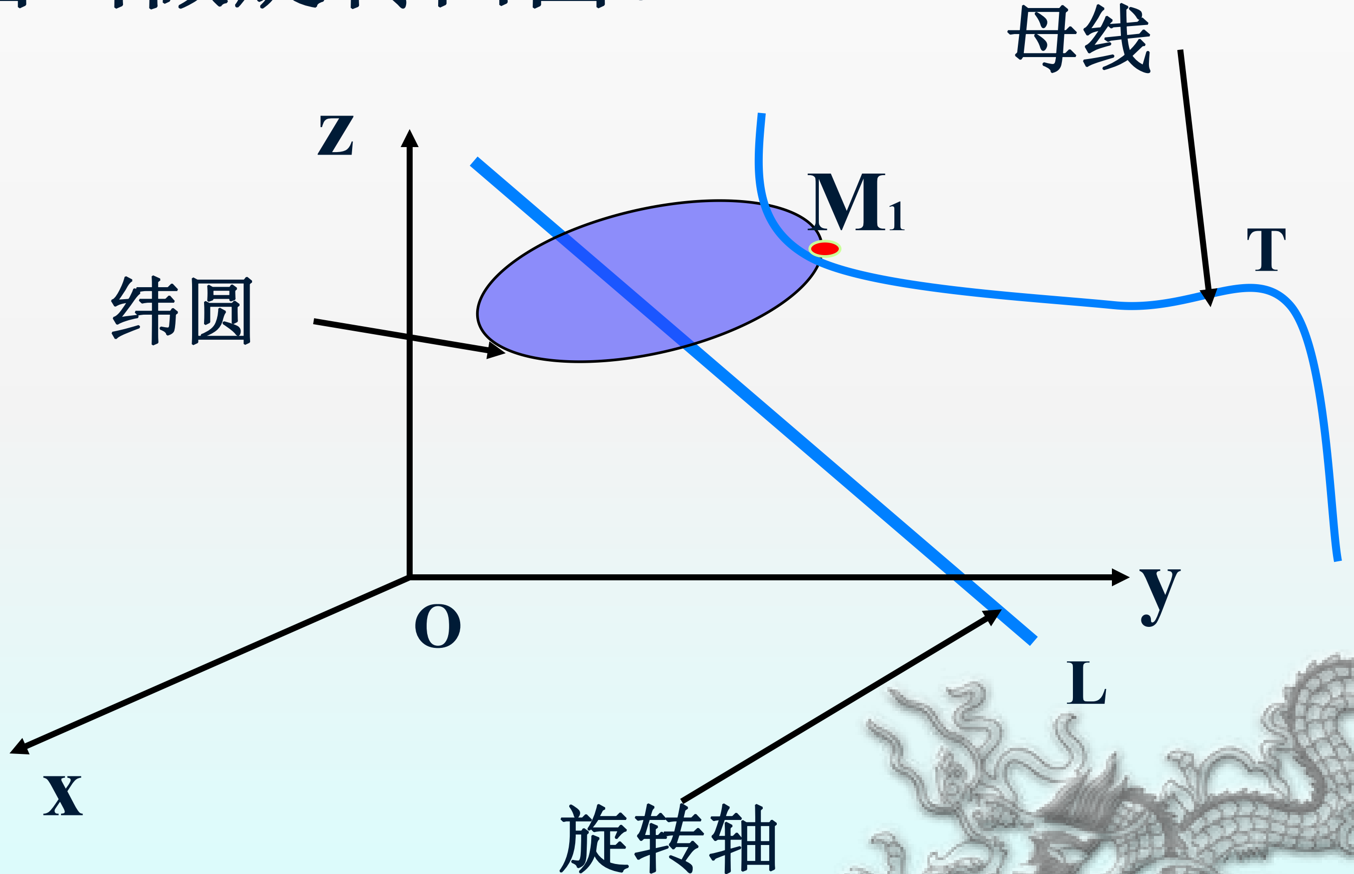
主讲人：邹 敏

生活中还见过哪
些旋转曲面吗？


MOËT
CHAMPAGNE
MOËT & CHANDON
BRUT IMPÉRIAL

一、定义

在空间,一条曲线T围绕着定直线L旋转一周,所产生的曲面叫做旋转曲面。



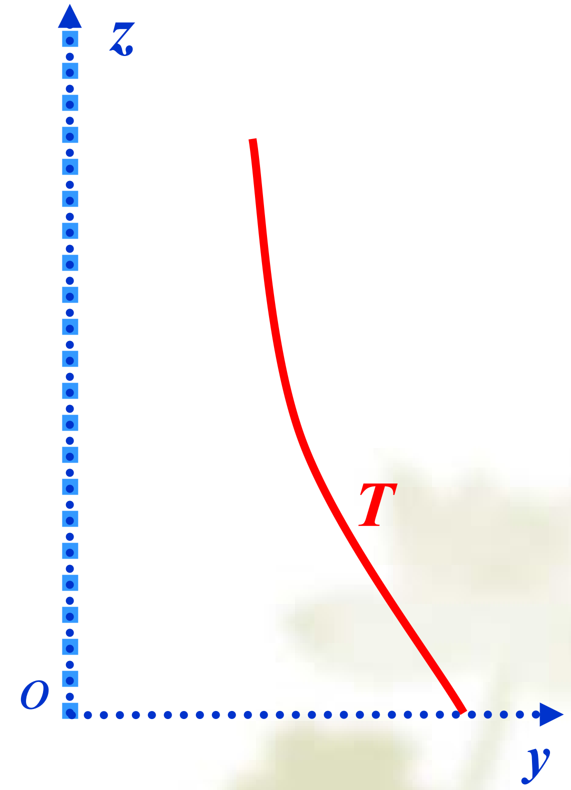
二、旋转曲面的方程

1. 前提:在直角坐标系下

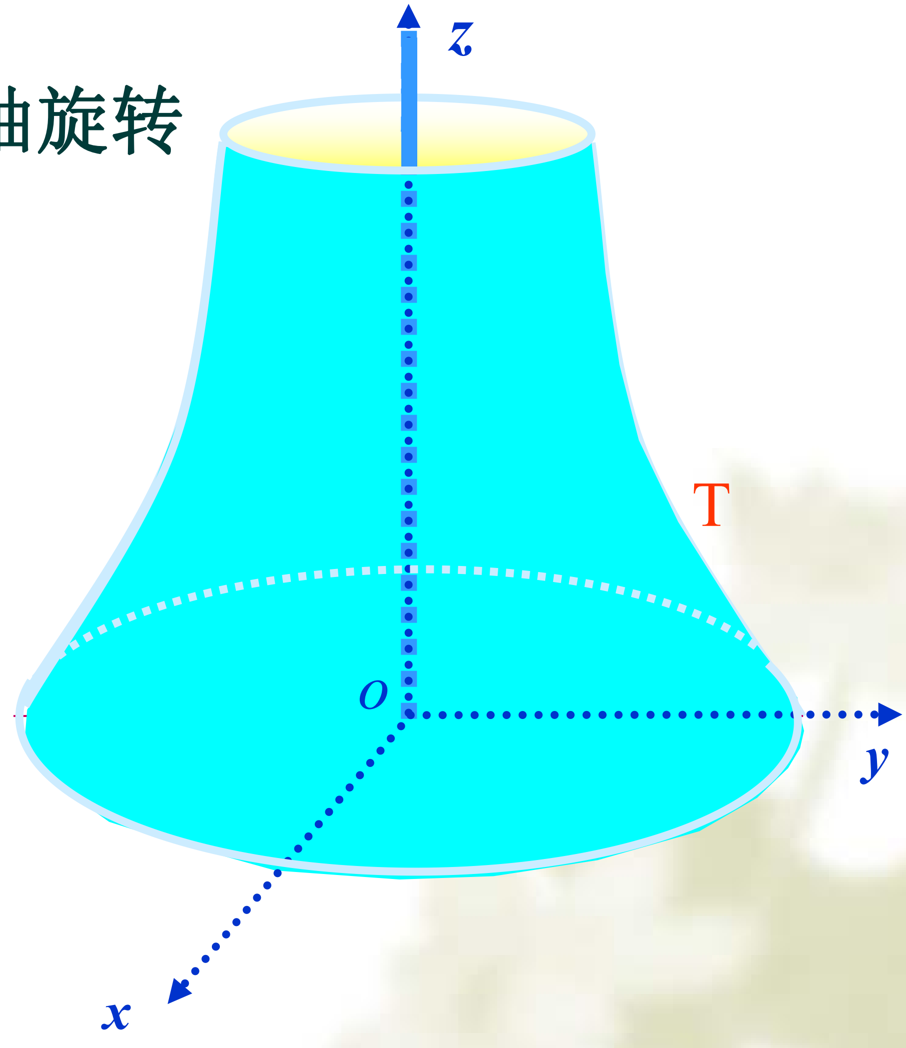
旋转曲面 $\begin{cases} \text{母线在坐标平面上} \\ \text{旋转轴为坐标轴} \end{cases}$

2. 推导

母线 T $\begin{cases} f(y,z)=0 \\ x=0 \end{cases}$ 绕 z轴旋转

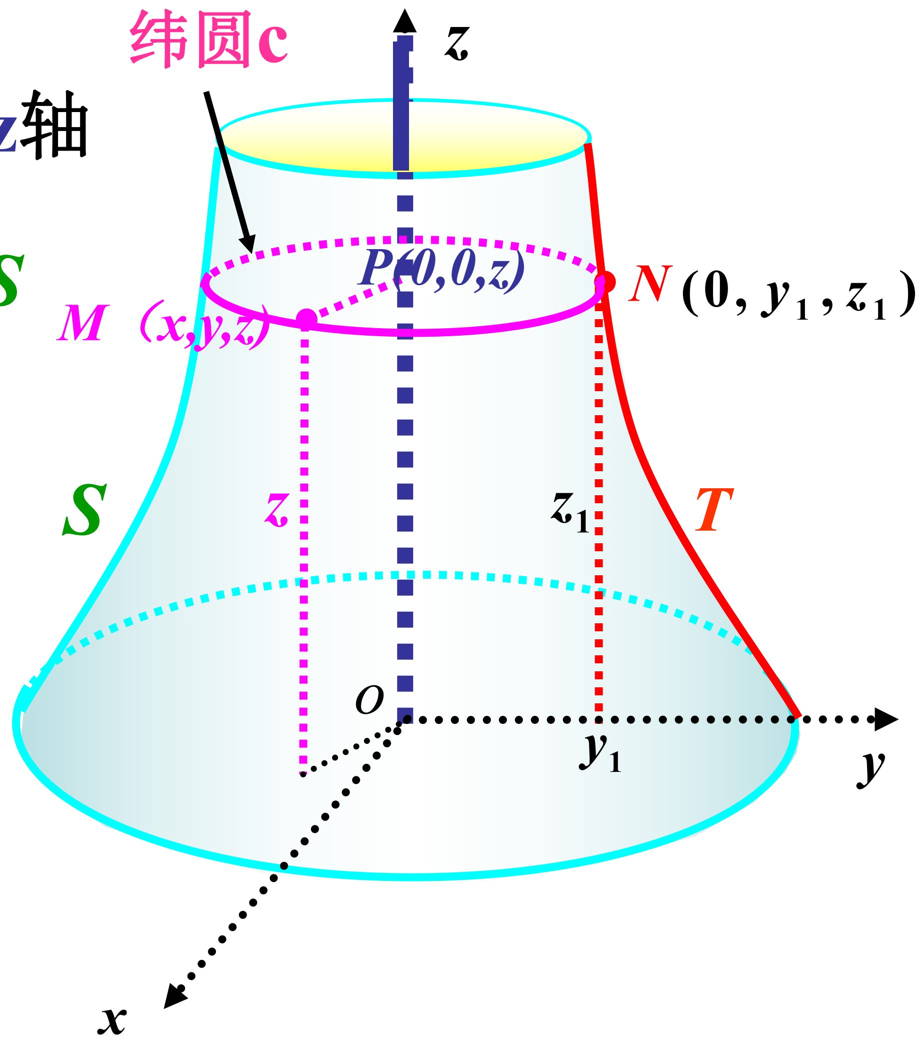


母线 T $\begin{cases} f(y,z)=0 \\ x=0 \end{cases}$ 绕z轴旋转



母线 T $\begin{cases} f(y,z)=0 \\ x=0 \end{cases}$ 绕 z轴

旋转一周得旋转曲面 S



分析： $\forall\ M(x,y,z)\in S$

当母线T绕着Z轴旋转，点M跑遍整个母线时，就得出一组平行的纬圆，它们构成了所求的旋转曲面。

关键：找出动点M的坐标所满足的等量关系

结果比较

母线 T $\begin{cases} f(y,z)=0 \\ x=0 \end{cases}$

旋转曲面 $\boldsymbol{S:\ f(\pm\sqrt{x^2+y^2},z)=0}$

三、求旋转曲面方程的规律

1. 文字叙述

当坐标平面上的曲线T绕此坐标平面里的某一坐标轴旋转时，只要将T在坐标平面里的方程保留和旋转轴同名的坐标，而以其他两个坐标的平方和的平方根来代替方程中的另一坐标，就得到了此旋转曲面的方程。

2.数学符号表示

母线 $\begin{cases} F(x,z)=0 \\ y=0 \end{cases}$ 绕 x轴旋转的旋转曲面方程为

$$F(x,\pm\sqrt{y^2+z^2})=0$$

思考：那么绕 z轴旋转呢？

$$F(\pm\sqrt{x^2+y^2},z)=0$$

四、实例应用

1.yOz 平面上的椭圆

$$\frac{y^2}{a^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$$

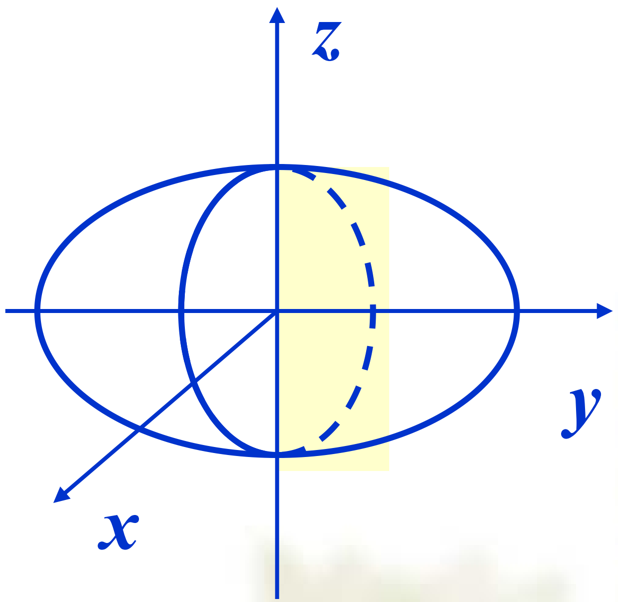
绕 y 轴旋转

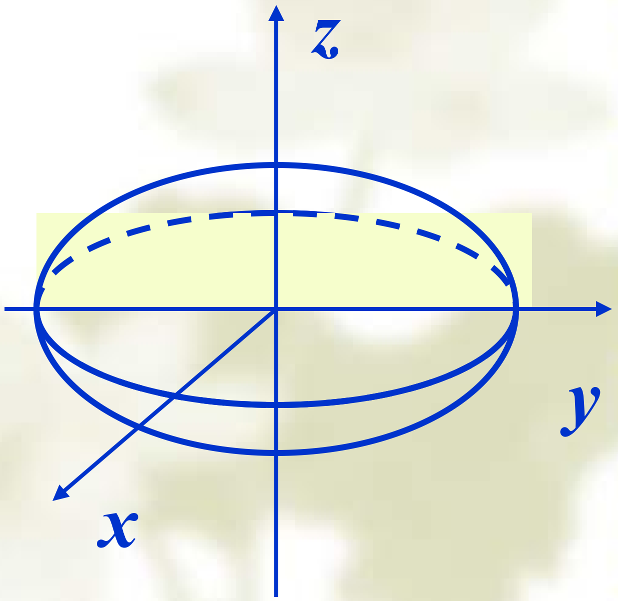
$$\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2+z^2}{c^2}=1$$

旋转椭球面

绕 z 轴旋转

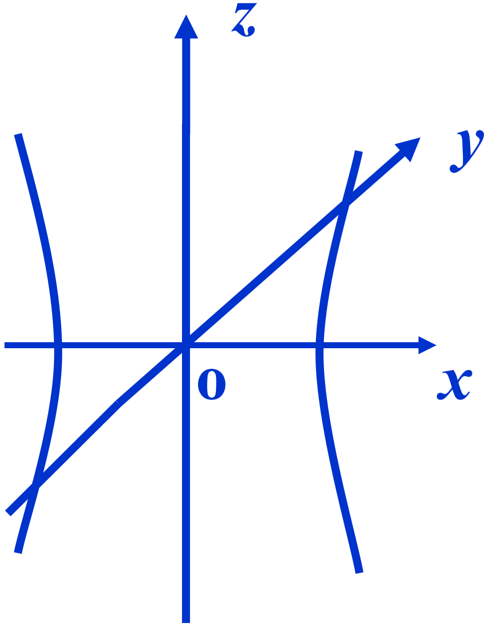
$$\frac{x^2+y^2}{a^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$$

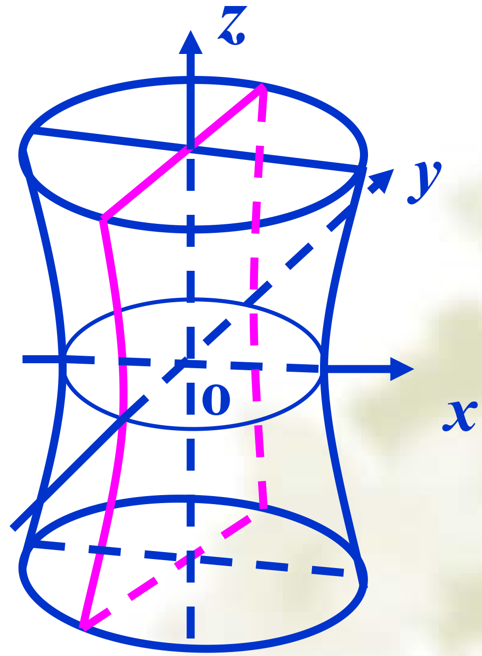




2.xOz 平面上的双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{z^2}{c^2}=1$

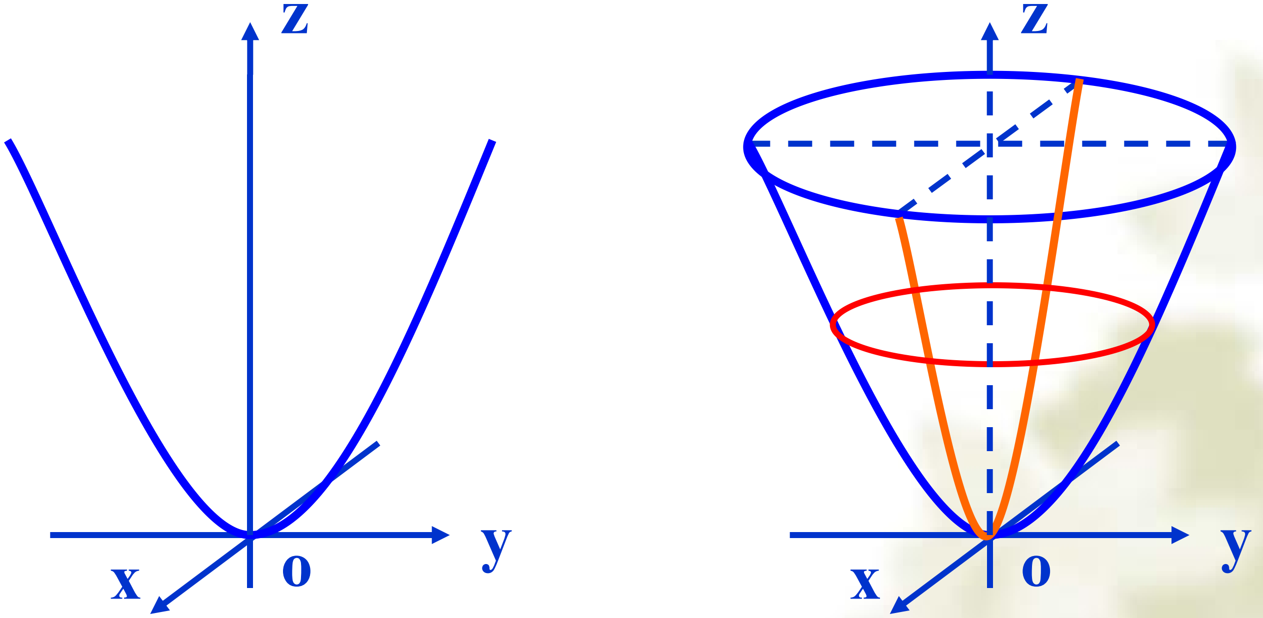
绕 z 轴旋转 $\dfrac{x^2+y^2}{a^2}-\dfrac{z^2}{c^2}=1$ 旋转单叶双曲面





3.yOz 平面上的抛物线 $y^2 = 2pz$

绕Z轴 $\quad x^2 + y^2 = 2pz \quad$ 旋转抛物面



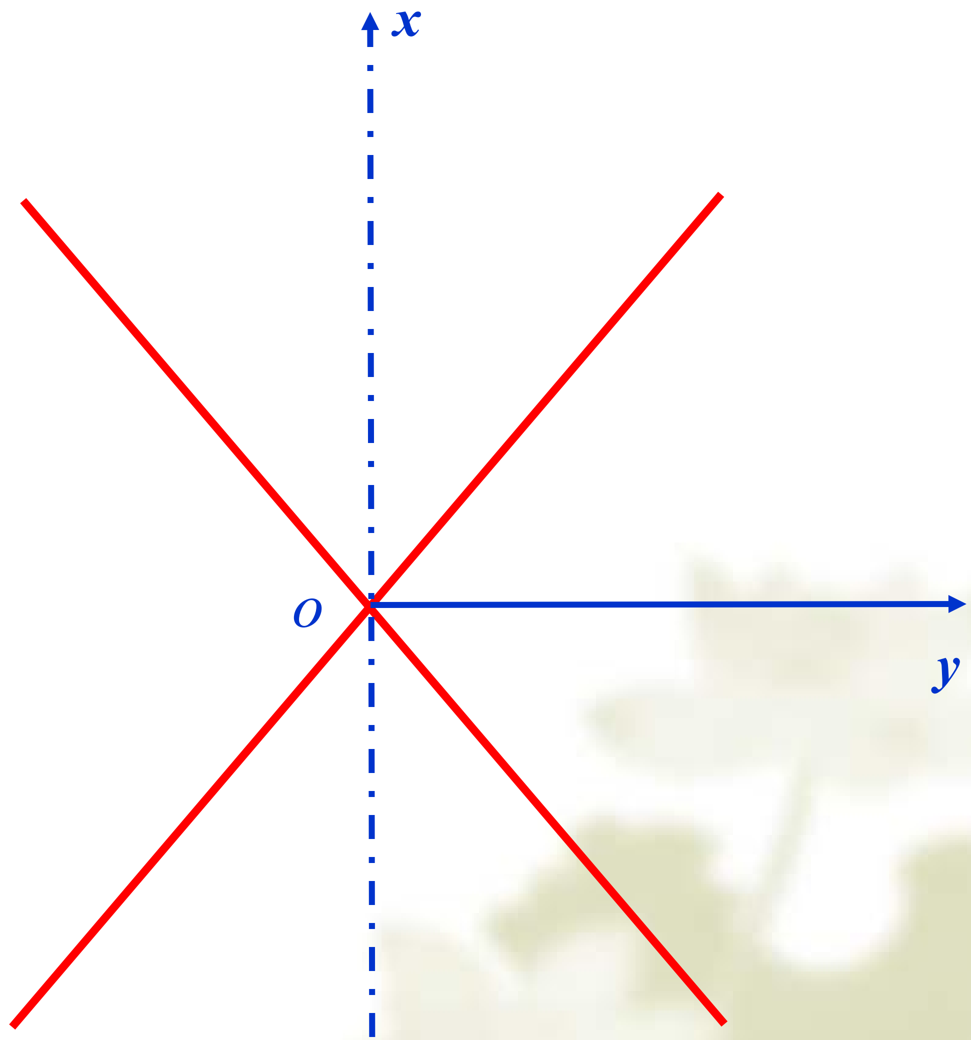
$p > 0$

五、两种特殊的旋转曲面

1.xoy平面上两条相交直线

$$\begin{cases} \dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$

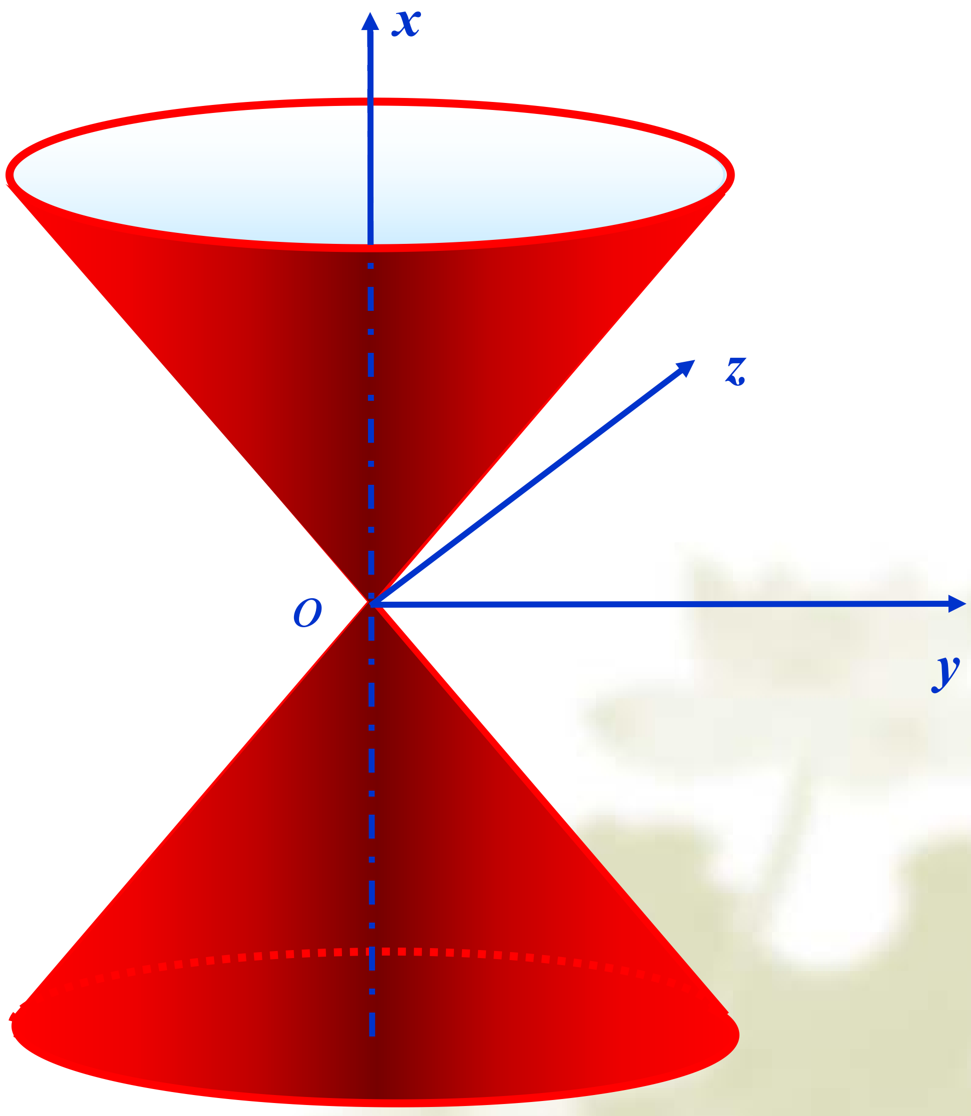
绕 x 轴旋转



两条相交直线

$$\begin{cases} \dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$

绕 x 轴旋转



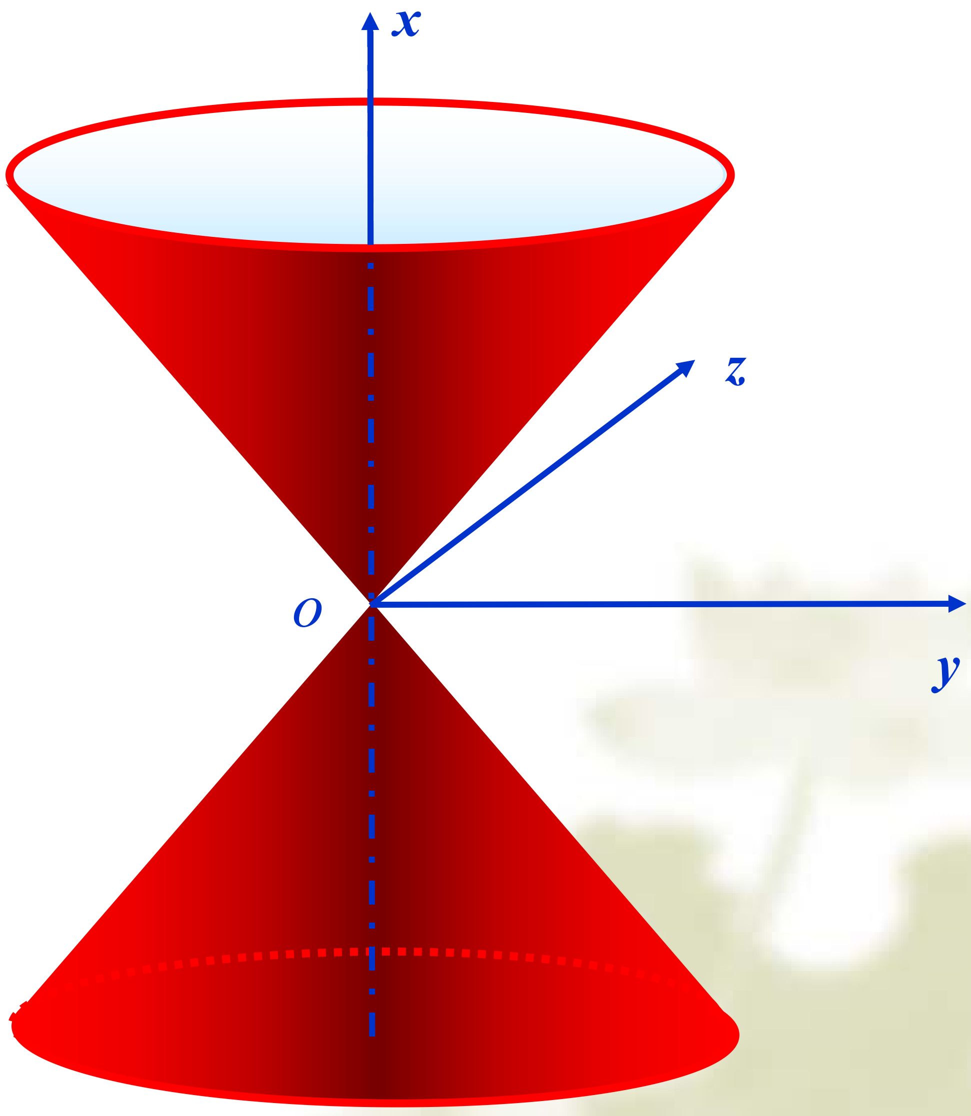
两条相交直线

$$\begin{cases} \dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$

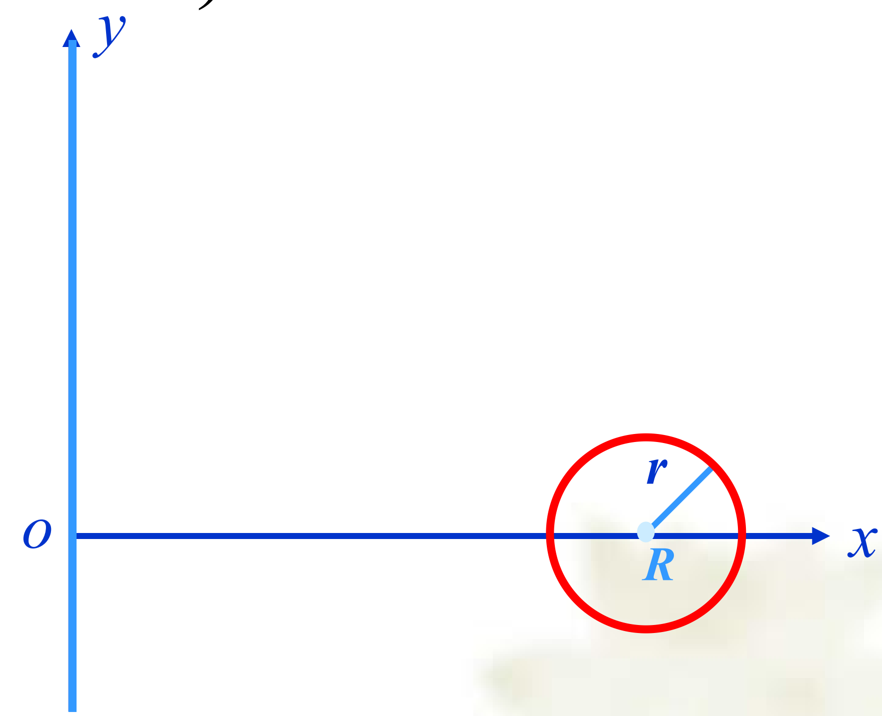
绕 x 轴旋转

得旋转锥面

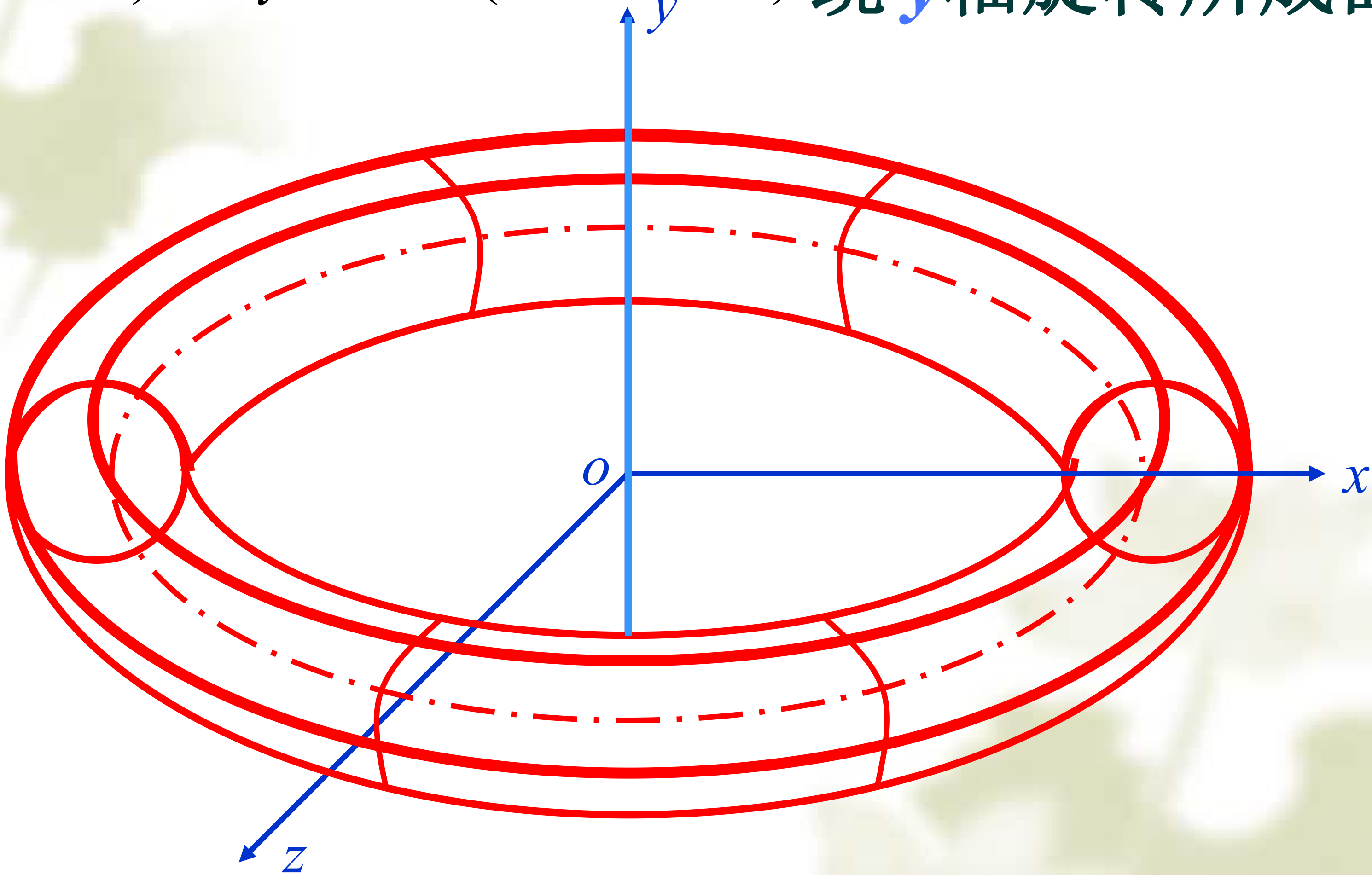
$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2 + z^2}{b^2} = 0$$



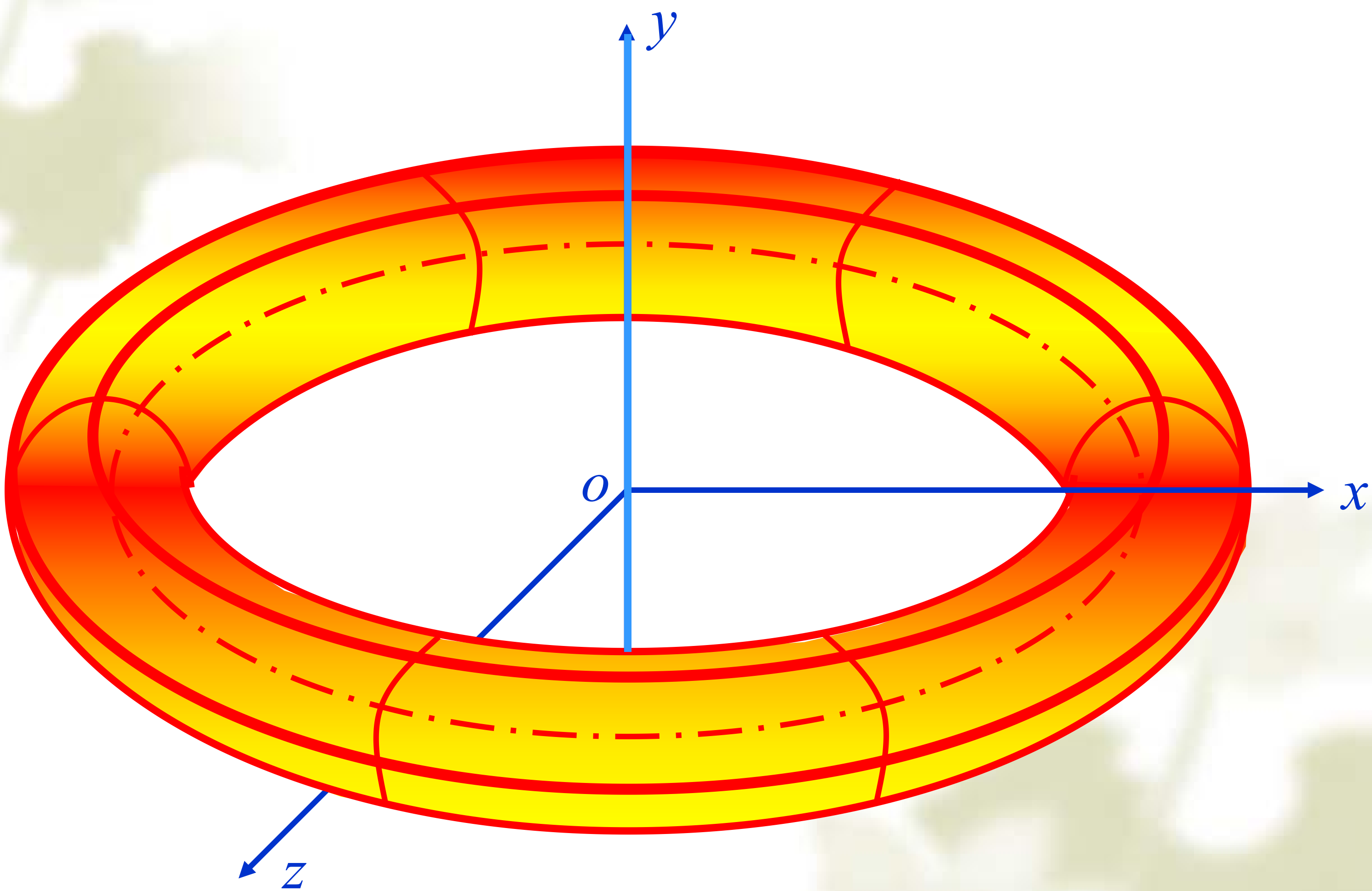
2.圆 $(x-R)^2+y^2=r^2 (R>r>0)$ 绕 y 轴旋转所成曲面



圆 $(x-R)^2+y^2=r^2(R>r>0)$ 绕 y 轴旋转所成曲面



圆 $(x-R)^2+y^2=r^2(R>r>0)$ 绕 y轴 旋转所成曲面



环面： $(\pm\sqrt{x^2+z^2}-R)^2+y^2=r^2$

六、课堂小结

1. 母线在坐标平面上，旋转轴为坐标轴的旋转曲面；

2. 求解旋转曲面方程的规律。

思考题：

如果母线不在坐标平面上，旋转轴不是坐标轴时，又该如何求旋转曲面的方程？

谢 谢 大 家！

不足之处请各位指正！